

УДК 510.5  
ББК 22.18я73  
С60

**Солтис М.**

С60 Введение в анализ алгоритмов / пер. с англ. А. В. Логунова. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 278 с.: ил.

**ISBN 978-5-97060-696-4**

Книга представляет собой краткое, но математически строгое введение в анализ различных алгоритмов с точки зрения доказывания их правильности. Вы ознакомитесь с основными свойствами линейных, ветвящихся и циклических алгоритмов и способами их проверки. Книга содержит большое количество теоретических задач и практических примеров на языке Python.

Издание предназначено для студентов вузов, специалистов в области информатики и математики, а также широкого круга программистов и разработчиков.

УДК 510.5  
ББК 22.18я73

Original English language edition published by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. Copyright © 2018 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. Russian-language edition copyright © 2019 by DМК Press. All rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-981-3235-90-8 (англ.)

Copyright © 2018 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

ISBN 978-5-97060-696-4 (рус.)

© Оформление, издание, перевод, ДМК Пресс, 2019

# Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>10</b>
<b>Глава 1. Предварительные условия .....</b>	<b>13</b>
1.1. Что такое правильность? .....	13
1.1.1. Сложность .....	14
1.1.2. Деление .....	15
1.1.3. Евклид .....	17
1.1.4. Палиндромы .....	18
1.1.5. Дальнейшие примеры .....	20
1.2. Алгоритмы ранжирования .....	21
1.2.1. Алгоритм PageRank .....	22
1.2.2. Стабильный брачный союз .....	24
1.2.3. Попарные сравнения .....	27
1.3. Ответы к избранным задачам .....	29
1.4. Примечания .....	35
<b>Глава 2. Жадный алгоритм .....</b>	<b>37</b>
2.1. Остовные деревья минимальной стоимости .....	37
2.2. Задания с предельными сроками и прибылями .....	44
2.3. Дальнейшие примеры и задачи .....	47
2.3.1. Отсчитывание сдачи .....	47
2.3.2. Паросочетание с максимальным весом .....	48
2.3.3. Кратчайший путь .....	48
2.3.4. Коды Хаффмана .....	51
2.4. Ответы к избранным задачам .....	53
2.5. Примечания .....	59
<b>Глава 3. Разделяй и властвуй .....</b>	<b>61</b>
3.1. Сортировка слиянием .....	61
3.2. Умножение двоичных чисел .....	63
3.3. Алгоритм Савича .....	65
3.4. Дальнейшие примеры и задачи .....	67
3.4.1. Расширенный алгоритм Евклида .....	67
3.4.2. Быстрая сортировка .....	68
3.4.3. Команда git bisect .....	68
3.5. Ответы к избранным задачам .....	69
3.6. Примечания .....	70
<b>Глава 4. Динамическое программирование .....</b>	<b>72</b>
4.1. Задача о наибольшей монотонной подпоследовательности .....	72
4.2. Задача кратчайшего пути для всех пар .....	73

4.2.1. Алгоритм Беллмана–Форда .....	75
4.3. Простая задача о рюкзаке.....	75
4.3.1. Задача о рассредоточенном рюкзаке .....	78
4.3.2. Общая задача о рюкзаке.....	79
4.4. Задача выбора мероприятий.....	79
4.5. Задания с указанием предельных сроков, длительностей и прибылей.....	82
4.6. Дальнейшие примеры и задачи .....	83
4.6.1. Задача суммирования сплошной подпоследовательности .....	83
4.6.2. Перетасовка .....	84
4.7. Ответы к избранным задачам .....	86
4.8. Примечания.....	90

## **Глава 5. Онлайновые алгоритмы.....** 92

5.1. Задача доступа к списку .....	92
5.2. Замещение страниц .....	97
5.2.1. Замещение страниц по требованию.....	98
5.2.2. Первым вошел/первым вышел (FIFO) .....	100
5.2.3. Наименее недавно использованная страница (LRU).....	100
5.2.4. Маркировочные алгоритмы .....	103
5.2.5. Сброс при заполнении (FWF) .....	105
5.2.6. Наибольшее расстояние вперед (LFD) .....	105
5.3. Ответы к избранным задачам.....	109
5.4. Примечания.....	112

## **Глава 6. Рандомизированные алгоритмы.....** 113

6.1. Идеальное паросочетание .....	114
6.2. Сопоставление с образцом.....	117
6.3. Проверка простоты .....	119
6.4. Шифрование с публичным ключом.....	122
6.4.1. Обмен ключами Диффи–Хеллмана .....	122
6.4.2. Криптосистема Эль-Гамала .....	124
6.4.3. Криптосистема RSA.....	127
6.5. Дальнейшие задачи .....	128
6.6. Ответы к избранным задачам.....	129
6.7. Примечания .....	134

## **Глава 7. Алгоритмы в линейной алгебре .....** 138

7.1. Введение .....	138
7.2. Гауссово исключение.....	138
7.2.1. Формальные доказательства правильности над $\mathbb{Z}_2$ .....	141
7.3. Алгоритм Грама–Шмидта.....	144
7.4. Гауссова редукция решетки .....	144
7.5. Вычисление характеристического многочлена .....	145
7.5.1. Алгоритм Чанки.....	145
7.5.2. Алгоритм Берковица .....	146
7.5.3. Доказательство свойств характеристического многочлена.....	147

7.6. Ответы к избранным задачам .....	152
7.7. Примечания .....	154
<b>Глава 8. Вычислительные основы</b> .....	<b>155</b>
8.1. Введение .....	155
8.2. Алфавиты, строки и язык .....	155
8.3. Регулярные языки .....	156
8.3.1. Детерминированный конечный автомат .....	156
8.3.2. Недетерминированные конечные автоматы .....	159
8.3.3. Регулярные выражения .....	162
8.3.4. Алгебраические законы для регулярных выражений .....	165
8.3.5. Свойства замыкания в регулярных языках .....	166
8.3.6. Сложность преобразований и принятия решений .....	167
8.3.7. Эквивалентность и минимизация автоматов .....	167
8.3.8. Нерегулярные языки .....	169
8.3.9. Автоматы на членах .....	171
8.4. Контекстно-свободные языки .....	172
8.4.1. Контекстно-свободные грамматики .....	172
8.4.2. Магазинные автоматы .....	174
8.4.3. Нормальная форма Хомского .....	176
8.4.4. Алгоритм СΥΚ .....	178
8.4.5. Лемма о накачке для контекстно-свободных языков .....	179
8.4.6. Дальнейшие замечания по нормальной форме Хомского .....	180
8.4.7. Другие грамматики .....	181
8.5. Машины Тьюринга .....	181
8.5.1. Недетерминированные машины Тьюринга .....	182
8.5.2. Варианты кодирования .....	184
8.5.3. Разрешимость .....	184
8.5.4. Тезис Черча–Тьюринга .....	185
8.5.5. Неразрешимость .....	186
8.5.6. Редукции .....	188
8.5.7. Теорема Райса .....	189
8.5.8. Задача соответствий Поста .....	189
8.5.9. Неразрешимые свойства контекстно-свободных языков .....	194
8.6. Ответы к избранным задачам .....	195
8.7. Примечания .....	205
<b>Глава 9. Математическая основа</b> .....	<b>208</b>
9.1. Индукция и инвариантность .....	208
9.1.1. Индукция .....	208
9.1.2. Инвариантность .....	211
9.2. Теория чисел .....	212
9.2.1. Простые числа .....	213
9.2.2. Модулярная арифметика .....	213
9.2.3. Теория групп .....	214
9.2.4. Приложения теории групп к теории чисел .....	216

9.3. Отношения .....	217
9.3.1. Замыкание .....	218
9.3.2. Отношение эквивалентности.....	220
9.3.3. Частичные порядки.....	221
9.3.4. Решетки .....	223
9.3.5. Теория неподвижных точек.....	224
9.3.6. Рекурсия и неподвижные точки.....	227
9.4. Логика .....	229
9.4.1. Пропозициональная логика .....	230
9.4.2. Первопорядковая логика .....	235
9.4.3. Арифметика Пеано .....	239
9.4.4. Формальная верификация .....	239
9.5. Ответы к избранным задачам.....	242
9.6. Примечания.....	261
<b>Библиография .....</b>	<b>263</b>
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>269</b>