

С.А. Гуз, М.В. Свиридов

**Теория стохастических систем,
находящихся под действием
широкополосного стационарного
шума, фильтрованного в области
низких частот**



2016
Москва
Университетская книга

УДК 519.62
ББК 22.193
Г93

Гуз С.А.

Г93 Теория стохастических систем, находящихся под действием широкополосного стационарного шума, фильтрованного в области низких частот: монография / С.А. Гуз, М.В. Свиридов. — М.: Университетская книга, 2016. — 224 с.

ISBN 978-5-98699-160-3

Представлены результаты исследования стохастических систем, находящихся под действием шума, фильтрованного в области низких частот. Раскрыты основные понятия, модели и методы, использованные в исследовании, а также отличительные черты белых, красных и зеленых шумов. Показано, что в простейшем случае шум представляет собой производную по времени от случайного стационарного процесса, например процесса Орнштейна – Уленбека. Подробно исследован зеленый шум в одномерных и некоторых других системах. Рассмотрены вопросы моделирования систем с белыми и зелеными шумами на компьютере с предикторными и корректирующими алгоритмами. Даны программы, построенные на их основе.

Для физиков, математиков, а также для широкого круга специалистов в области электроники и численного моделирования сложных систем.

УДК 519.62
ББК 22.193

ISBN 978-5-98699-160-3

© Гуз С.А., Свиридов М.В., 2016
© Университетская книга, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Основные понятия, модели, методы	6
§ 1.1. Белые, красные и зеленые шумы	6
§ 1.2. Шумы в синхронизируемом радиогенераторе	18
§ 1.3. Шумы в кольцевом лазере	28
§ 1.4. Шумы в системе фазовой автоподстройки частоты	33
§ 1.5. Шумы в джозефсоновском переходе.....	36
§ 1.6. Броуновское движение частицы в косинусном наклонном потенциале	41
§ 1.7. Проблема Крамерса	54
§ 1.8. Окрашенный (красный) шум	64
§ 1.9. Метод усреднения	75
§ 1.10. Численные алгоритмы	87
Глава 2. Зеленый шум в одномерных стохастических системах	91
§ 2.1. Усреднение в стохастических системах, находящихся под действием внешнего зеленого шума.....	91
§ 2.2. Система фазовой автоподстройки частоты первого порядка.....	102
§ 2.3. Параметрические явления	114
§ 2.4. Передемпфированная броуновская частица в уединенном потенциале	125
§ 2.5. Процесс диссоциации	133
§ 2.6. Броуновское движение под действием импульсного зеленого шума.....	138
Глава 3. Зеленый шум в некоторых стохастических системах	147
§ 3.1. Вращательная диффузия трехмерного объекта при воздействии зеленого шума	147
§ 3.2. Особенности усреднения в нелинейных системах второго порядка	153
§ 3.3. Стохастические системы с флуктуирующей локализацией потенциала	156

§ 3.4. Броуновская частица в сложном пилообразном (ratchet) потенциале	178
§ 3.5. Движение броуновской частицы в уединенной потенциальной яме	186
Приложение 1. Формулировка теоремы о связи системы стохастических уравнений с многомерным уравнением Фоккера – Планка [20].....	194
Приложение 2. Аналитическое решение уравнения Фоккера – Планка ...	195
Приложение 3. Принцип усреднения, когда быстрое движение есть случайный процесс [292]	200
Приложение 4. Достаточные условия существования зеленого шума.....	202
Литература	207

299. Хеерман Д.В. Методы компьютерного эксперимента в теоретической физике. – М.: Наука, 1990. – 176 с.
300. Rao N.J., Borwankar J.D., Ramkrishna D. // SIAM J. Control, 1974. V. 12. P. 124.
301. Guz S.A., Sviridov M.V. “Green” noise in quasistationary stochastic systems // Chaos, 2001. V. 11. P. 605–610.
302. Гуз С.А. Движение броуновской частицы во флуктуирующем периодическом потенциале // ЖЭТФ, 2002. Т. 122. С. 188–197.
303. Guz S.A., Ruzavin I.G., Sviridov M.V. Green noise in stochastic systems // Noise in physical systems and 1/f fluctuations ed. G. Bosman. – Singapore: World Scientific, 2001. P. 598–601.
304. Sviridov M.V., Guz S.A., Mannella R. Catastrophes in locking systems driven by green noise // Proceedings of SPIE, 2003. V. 5114. P. 219–227.
305. Гуз С.А., Красников Ю.Г., Свиридов М.В. Движение броуновской частицы под действием «зеленого» шума // Акустика неоднородных сред. Ежегодник Российского акустического общества. – Долгопрудный, Моск. обл.: Изд-во МФТИ, 2001.
306. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. – М.: Наука, 1967. – 496 с.
307. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения под ред. И.М. Петрушко – СПб.: Лань, 2006. – 640 с.
308. Guz S.A., Mannella R., Sviridov M.V. Brownian particle driven by “green” noise in a solitary well // Noise and Fluctuation ed. J. Sicala. – Brno, CNRL s.r.o., 2003. P. 101–104.
309. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. – М.: Мир, 1977. Т. 2. – 728 с.
310. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes in C++. – Cambridge: Cambridge University Press, 2002. – 1004 p.
311. Подбельский В.В. Язык СИ++. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 560 с.
312. Гуз С.А., Свиридов М.В. Дрейф квазичастиц в периодическом потенциале под действием «зеленого» шума // В Тр. междунар. конф. «Оптика, оптоэлектроника и технологии». – Ульяновск: УлГУ, 2001. С. 139.
313. Арсеньев А.Р., Гуз С.А., Свиридов М.В. «Зеленый» шум и синхронизация // Радиотехника и электроника, 1998. Т. 43. С. 415–420.
314. Guz S.A., Ruzavin I.G., Sviridov M.V. Slow dynamics in systems driven by “green” noise // AIP Conference Proceedings, 2000. V. 511. P. 509–514.
315. Schwartz M. Information Transmission, Modulation and Noise. – N.Y., McGraw Hill. 1990. – 561 с.
316. Jones D.G.C., Sayers M.D., Allen L. Mode self-locking in gas lasers // J. Phys. A., 1968. V. 2. P. 95.
317. Ibanescu M., Johnson S.G., Roundy D. et al. Anomalous dispersion relations by symmetry breaking in axially uniform waveguides // Phys. Rev. Lett., 2004. V. 92. P. 063903-1.
318. Ghulinyan M., Galli M., Toninelli C. et al. Wide-band transmission of nondistorted slow waves in one-dimensional optical superlattices // Appl. Phys. Lett., 2006. V. 88. P. 241103.
319. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 792 с.
320. Смит Р. Полупроводники. – М.: Мир, 1982. – 560 с.

321. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Твердотельная электроника. — М.: Высшая школа, 1986. — 304 с.
322. Mingaleev G.S., Tytnev A.P., Gerasimov B.P., Kulchitskaya I.A. Numerical analysis of the transient radiation-induced conductivity in the framework of the Rose-Fowler-Vaisberg formalism // Phys. a status solid (a), 2006. V. 93. P. 251.
323. Martikainen J.-P. Bose-Einstein condensation in shallow traps // Phys. Rev. E, 2001. V. 63. P. 043602.
324. Parker N.G. Deformation of dark solutions in inhomogeneous Bose-Einstein condensates // J. Phys. B, 2003. V. 36. P. 2891.
325. Carpentier A.V., Michinel H., Rodas-Verde M.I. Analysis of an atom laser based on the spatial control of the scattering length // Phys. Rev. A, 2006. V. 74. P. 013619.
326. Ohno A., Hanna J., Dunlap D.H., Cabral A. Extraction of trap distribution in organic semiconductors by transient photocurrent // Japanese J. of Appl. Phys., 2004. V. 43. P. L460.
327. Gehm M.E., O'Hara K.M., Savard T.A., Thomas J.E. Dynamics of noise-induced heating in atom traps // Phys. Rev. A, 1998. V. 58. P. 3914.
328. Marshall J.M. The interpretation of pulsed-excitation transient photoconductivity in disordered semiconductors // Philosophical Magazine Part B, 2000. V. 80. P. 1705.
329. Hwang W., Kao K.C. Studies of theory of single and double injection in solids with a Gaussian trap distribution // Solid state electronics, 1976. V. 19. P. 1045.
330. Friedman N., Kaplan A., Davidson N. Dark optical traps for cold atoms // Advances in atomic, molecular, and optical physics, 2002. V. 48. P. 99.
331. Meyrath T.P., Schreck F., Hanssen J.L. et al. A high frequency optical trap for atoms using Hermite-Gaussian beams // Optics express, 2005. V. 13. P. 2843.
332. Celotta R.J., Stroschio J.A. Trapping and moving atoms on surfaces // Advances in atomic, molecular, and optical physics, 2005. V. 51. P. 363.
333. Coulett P., Vandenbergh N. Chaotic dynamics of a Bose-Einstein condensate in a double-well trap // J. Phys. B, 2002. V. 35. P. 1593.
334. Каплан И.Г. Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий. — М.: Наука, 1982. — 312 с.
335. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1975. — 552 с.
336. Решетняк С.А., Шелепин Л.А. Квазистационарные распределения в кинетике. — М.: ИПО «Автор», 1996. — 296 с.
337. Гуз С.А. Процесс диссоциации при действии «зеленого» шума // ДАН, 2007. Т. 414. С. 633–635.
338. Guz S.A., Nikulin M.G., Sviridov M.V. Brownian motion in tilted potential driven by green impulse noise // Proc. SPIE, 2006. V. 6417. P. 641708-1 – 641708-8.
339. Гуз С.А., Никулин М.Г., Свиридов М.В. Работа системы синхронизации при действии «зеленого» импульсного шума // Радиотехника и электроника, 2010. Т. 55. С. 203–205.
340. Titterton D.H., Weston J.L. Strapdown Inertial Navigation Technology, Second Edition. Progress in Astronautics and Aeronautics Series, 207. — N.Y.: AIAA, 2004. — 574 p.
341. Favro L.D. Theory of the rotational Brownian motion of a free rigid body // Phys. Rev., 1960. V. 119. P. 53.
342. Валиев К.А., Иванов Е.Н. Вращательное броуновское движение // УФН, 1973. Т. 109. С. 31.

343. *McConnell J.* Rotational Brownian Motion and Dielectric Theory. — London: Academic Press, 1980. — 300 p.
344. *Компанеев А.С.* Курс теоретической физики. — М.: Просвещение, 1975. — 480 с.
345. *Покровский В.Н.* Напряжение, вязкость и оптическая анизотропия суспензии жестких эллипсоидов // УФН, 1971. Т. 105. С. 625–643.
346. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. — М.: Наука, 1992. — 280 с.
347. *Виленкин Н.Я.* Специальные функции и теория представлений групп. — М.: Наука. 1965. — 588 с.
348. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. — М.: Наука, 1967. — 472 с.
349. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 1. Механика. — М.: Наука, 1974. — 520 с.
350. *Guz S.A., Sviridov M.V.* Spatial rotation droven by random angular velocity (colored noise) // Fluctuation and noise letters, 2005. V. 5. P. L499–L505.
351. *Гуз С.А., Красников Ю.Г., Рузавин И.Г., Свиридов М.В.* Метастабильные состояния частицы в потенциальной яме при воздействии «зеленого» шума // Тез. докл. XLII науч. конф. Моск. физ.-техн. ин-та. — М.: Из-во НИЧ МФТИ, 1999. Ч. 4. С. 138–140.
352. *Кэлли А., Гровс Г.* Кристаллография и дефекты в кристаллах. — М.: Мир, 1974. — 504 с.
353. *Каневский И.Н.* Неразрушающие методы контроля. — Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. — 243 с.
354. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. — М.: Наука, 1990. — 128 с.
355. *Guz S.A., Mannella R., Sviridov M.V.* Catastrophes in Brownian motion // Phys. Lett. A, 2003. V. 317. P. 233–241.
356. *Reimann P., Hänggi P.* Introduction to the physics of Brownian motors // Appl. Phys. A, 2002. V. 75. P. 169–178.
357. *Astumian R.D.* Thermodynamics and Kinetics of a Brownian Motor. Science, 1997. V. 276. P. 917–922.
358. *Landa P.S.* Noise-induced transport of Brownian particles with consideration for their mass // Phys. Rev. E, 1998. V. 58. P. 1325–1333.
359. *Reimann P.* Brownian motors: noisy transport far from equilibrium // Phys. Rep. 361, 2002. P. 57–265.
360. *Doering C.R.* Stochastic ratchet // Phys. A, 1998. V. 254. P. 1–6.
361. *Magnasco M.O.* Forced Thermal Ratchets // Phys. Rev. Lett., 1993. V. 71. P. 1477–1481.
362. *Simiu E., Frey M.R.* Melnikov processes and noise-induced exits from a well // Journal of Engineering mechanics, 1996. V. 122. P. 263.
363. *Bao J.D., Abe Y., Zhuo Y.Z.* Inhomogeneous friction leading to current in periodic system // Phys. A 265, 1999. P. 111–118.
364. *Гуз С.А., Никулин М.Г., Свиридов М.В.* Броуновское движение в уединенной потенциальной яме в ограниченной твердотельной структуре // Акуст. ж., 2010. Т. 56. С. 16–25.
365. *Гуз С.А., Свиридов М.В.* Квазистационарная динамика частицы в ловушке при действии «зеленого» шума // Тр. междунар. конф. «Оптика полупроводников». — Ульяновск: УлГУ, 2000. С. 67.

366. Гуз С.А., Свиридов М.В. «Зеленый» шум в системах синхронизации // Шумовые и деградационные процессы в полупроводниковых приборах (метрология, диагностика, технология) // Мат. докл. науч.-метод. сем. – М.: МНТРЭС им А.С. Попова, МЭИ (ТУ), 2002. С. 18–24.
367. *Sviridov M., Guz S.* Brown movement in complex asymmetric periodic potential under the influence of colored noise // Bulletin of the American Physical Society, <http://meetings.aps.org/link/BAPS.2011.MAR.Q39.12>.
368. Гуз С.А. Броуновское движение в сложном ассиметричном периодическом потенциале под действием окрашенного шума // Докл. РАН 2011, Т. 441. С. 612–615.
369. Гуз С.А. Влияние зеленого шума на систему фазовой автоподстройки частоты // Радиотехника и электроника, 2014. V. 59. P. 657–663.
370. Гуз С.А., Маннелла Р., Свиридов М.В. Гармонический и субгармонический режимы в системах синхронизации при внешнем «зеленом» шуме // Радиотехника и электроника, 2007. Т. 50. С. 1383–1390.

Научное издание

С.А. Гуз
М.В. Свиридов

**Теория стохастических систем, находящихся под
действием широкополосного стационарного шума,
фильтрованного в области низких частот**

Монография

Редактор *Комарова Е.В.*
Корректор *Нотик А.А.*
Верстка и дизайн *Моисеев А.М.*

ООО Литературное агентство «Университетская книга»

Юридический адрес:
105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 8.

Почтовый адрес:
111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 55, корп.31.
Тел.: (495) 221-50-16, 981-51-12

Подписано в печать 25.11.2015. Формат 60×90/16.

Печать офсетная. Печ. л. 14.

Тираж 500 экз. Заказ №

По вопросам приобретения и издания литературы обращайтесь:

111024, Москва, ул. Авиамоторная, д. 55, корп. 31, офис 305

Тел.: (495) 981-51-12; 955-78-30; +7 (985) 165-36-36

Электронная почта: universitas@mail.ru

Дополнительная информация на сайте <http://www.logos.ru>