



МарГТУ

---

Марийский государственный технический университет

С. П. ИВАНОВ

## ИЗГИБ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН

Учебное пособие

Йошкар-Ола  
МарГТУ  
2011

УДК 624.04(07)

ББК 38.112

И 20

# **Рецензенты:**

зав. кафедрой прочности материалов Российского университета дружбы народов, профессор, д-р техн. наук **С. Н. Кривошапко**;

зав. кафедрой сопротивления материалов и теории упругости Казанского государственного архитектурно-строительного университета, профессор, д-р физ.-мат. наук **Р. А. Каюмов**

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета МарГТУ*

## **Иванов, С. П.**

И 20 Изгиб прямоугольных пластин: учебное пособие / С. П. Иванов. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2011. – 96 с.  
ISBN 978-5-8158-0843-0

Даются основные сведения по разделу дисциплины «Теории упругости», связанные с расчетами прямоугольных пластин на изгиб. Изложение теоретического материала сопровождается подробными объяснениями и примерами расчетов.

Для студентов, магистрантов, аспирантов и преподавателей строительных и других технических специальностей.

УДК 624.04(07)  
ББК 38.112

ISBN 978-5-8158-0843-0

© Иванов С.П., 2011

© Марийский государственный  
технический университет, 2011

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Пространственные системы являются наиболее экономичными и находят широкое применение в различных областях техники и строительства, поэтому инженеры-конструкторы должны быть обязательно знакомы с методами их расчета.

Одним из видов пространственных систем являются пластинчатые системы в состав которых входит прямоугольная пластинка, которая имеет широкое применение. Не случайно знание методов расчета пластин также необходимо современному инженеру. В имеющейся учебной литературе недостаточно освещен этот вопрос. В учебниках по теории упругости, как правило, приводятся лишь основные дифференциальные уравнения и классические методы их решения в двойных и одинарных тригонометрических рядах. В учебной литературе практически не рассматриваются методы решения двумерных задач вариационными способами, хотя именно эти методы зачастую используются сейчас для расчета пластинчатых систем.

Данное учебное пособие призвано в известной мере восполнить указанный пробел. На примере задачи изгиба прямоугольной пластинки излагается содержание основных вариационных методов решения двумерных задач теории упругости.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
<b>1. ТЕОРИЯ ИЗГИБА ПЛАСТИНОК .....</b>	<b>6</b>
1.1. Постановка задачи, основные гипотезы .....	6
1.2. Связь между перемещениями и деформациями пластинки.....	8
1.3. Связь между деформациями и напряжениями.....	9
1.4. Условия равновесия пластинки .....	13
1.5. Основное дифференциальное уравнение равновесия .....	15
1.6. Постановка граничных условий .....	16
<b>2. РАСЧЕТ ПЛАСТИНОК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ .....</b>	<b>24</b>
2.1. Решение в двойных тригонометрических рядах (решение Навье).....	24
2.2. Решение в одинарных тригонометрических рядах (решение Леви).....	32
<b>3. ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗГИБА ПЛАСТИН .....</b>	<b>38</b>
3.1. Вариационный метод Ритца.....	38
3.2. Метод Бубнова-Галеркина .....	40
3.3. Вариационный метод Власова-Канторовича .....	43

3.3.1. Постановка задачи и внутренние усилия в пластине .....	43
3.3.2. Дифференциальные уравнения равновесия .....	45
3.3.3. Постановка граничных условий.....	47
3.3.4. Примеры решения задач вариационным методом Власова - Канторовича.....	48
3.3.5. Задание по расчету пластин .....	66
3.4. Обобщенный вариант метода Власова-Канторовича .....	69
3.5. Алгоритм решения задачи численным методом.....	83
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	86
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	88
<i>Приложение 1. Блок-схема программы.....</i>	<i>89</i>
<i>Приложение 2. Программа для расчета пластины .....</i>	<i>91</i>

*Учебное издание*

*ИВАНОВ Сергей Павлович*

## ИЗГИБ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН

*Учебное пособие*

*Редактор Л. С. Емельянова*

*Компьютерная верстка*

*А. С. Иванова*

Подписано в печать 20.04.11. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 5,58. Тираж 120 экз.

Заказ № 4522.

Марийский государственный технический университет  
424000 Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3

Редакционно-издательский центр  
Марийского государственного технического университета  
424006 Йошкар-Ола, ул. Панфилова, 17