

**УДК 330.4**  
**ББК 22.18**  
**Н73**

**Автор:**

*А. И. Новиков* — доктор физико-математических наук, профессор  
Российского университета кооперации.

**Рецензенты:**

*В. А. Волочиенко* — доктор экономических наук, профессор;  
*И. И. Постников* — доктор технических наук, профессор.

**Новиков, Анатолий Иванович.**

**Н73** Исследование операций в экономике : учебник для бакалавров / А. И. Новиков. — 3-е изд. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2022. — 352 с.

ISBN 978-5-394-04810-4.

Учебник подготовлен в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по направлениям подготовки «Экономика» и «Менеджмент» (уровень бакалавриата).

Основное внимание в нем уделено вопросам математического моделирования экономических процессов средствами исследования операций. Приводится математический аппарат исследования операций, показаны сферы его применения. Все излагаемые методы и подходы сопровождаются примерами и упражнениями.

Для студентов бакалавриата, обучающихся по направлениям подготовки «Экономика» и «Менеджмент», а также аспирантов, ориентированных на прикладные задачи моделирования и прогнозирования в экономике.

ISBN 978-5-394-04810-4

© Новиков А. И., 2019

© ООО «ИТК «Дашков и К°», 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

---

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>7</b>
<b>Глава 1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ .....</b>	<b>10</b>
1.1. Матрицы и операции над ними .....	10
Определители квадратных матриц.....	14
Понятие $n$ -мерного вектора .....	16
Скалярное произведение .....	17
Связь матрицы и вектора .....	18
Матрица нормы расхода сырья на единицу изделия.....	20
Ранг матрицы .....	25
1.2. Система линейных уравнений .....	27
Исследование совместной системы .....	27
Система $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными.....	29
Произвольная система линейных уравнений.....	31
1.3. Модель межотраслевого баланса .....	36
Структура и содержание таблицы межотраслевого баланса .....	36
Коэффициенты прямых и полных затрат .....	38
<b>Глава 2. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ .....</b>	<b>46</b>
2.1. Задачи линейного программирования .....	46
2.2. Общая задача линейного программирования .....	49
Геометрическая интерпретация ОЗЛП .....	50
Графическое решение задач ЛП.....	52
Статус ресурсов .....	55
Каноническая форма ОЗЛП.....	55

2.3. Симплексный метод .....	57
Определение базисных решений .....	57
Симплексное преобразование .....	58
Допустимое симплексное преобразование .....	63
Оптимальное симплексное преобразование .....	65
Метод искусственного базиса ( <i>М-метод</i> ) .....	70
2.4. Двойственные задачи .....	74
Соответствие между переменными .....	76
Основные теоремы двойственности .....	80
Решение двойственных задач .....	82
2.5. Решение задач ЛП в <i>Excel</i> .....	85
Целочисленное линейное программирование .....	98
Двоичные (булевы) переменные .....	101
Задача о раскрое материалов .....	104
2.6. Транспортная задача .....	111
Постановка транспортной задачи .....	111
Закрытая транспортная задача .....	112
Открытая транспортная задача .....	119
Решение ТЗ в <i>Excel</i> .....	121
Задача о назначениях .....	130
Задача о максимальном потоке .....	138
2.7. Нелинейное программирование .....	142
Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа ...	143
Метод множителей Лагранжа с ограничениями в виде неравенств .....	145
Решение задач нелинейного программирования в <i>Excel</i> .....	148
Задача формирования портфелей ценных бумаг .....	151
<b>Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР .....</b>	<b>165</b>
3.1. Основные понятия теории игр. Платежная матрица .....	165
3.2. Решение матричной игры в чистых стратегиях .....	167

3.3. Решение матричной игры в смешанных стратегиях .....	170
Решение игр $(m \times n)$ с помощью ЛП .....	173
Аналитическое решение игры $(2 \times 2)$ .....	179
Графическое решение игр вида $(2 \times n)$ и $(m \times 2)$ .....	182
3.4. Игра с природой.....	186
Принятие решений в условиях полной неопределенности .....	186
Принятие решений в условиях риска .....	191
Дерево решений .....	198
<b>Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ</b> <b>МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ</b> .....	201
4.1. Структура и классификация систем массового обслуживания .....	201
4.2. Системы массового обслуживания с отказами (без очереди) .....	210
4.3. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью .....	220
4.4. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью .....	229
4.5. Замкнутые системы массового обслуживания.....	239
4.6. Системы массового обслуживания с ограниченным временем ожидания .....	244
<b>Глава 5. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ</b> ....	248
5.1. Постановка задачи динамического программирования .....	248
5.2. Задача распределения ресурсов.....	254
5.3. Задача замены оборудования.....	259
5.4. Задача о загрузке.....	263
5.5. Задача планирования рабочей силы.....	269
5.6. Задача о кратчайшем пути. Задача выбора оптимального маршрута перевозки грузов .....	272

<b>Глава 6. МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ .....</b>	<b>281</b>
6.1. Постановка задачи .....	281
6.2. Классическая модель экономичного размера заказа .....	282
6.3. Модель экономичного размера заказа с разрывами цен .....	288
6.4. Модель с ограниченной вместимостью склада.....	293
6.5. Модель производственных поставок .....	297
6.6. Модель оптимального размера с дефицитом .....	299
<b>Глава 7. МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ .....</b>	<b>307</b>
7.1. Основные понятия сетевой модели.....	307
7.2. Метод критического пути .....	309
Основные временные параметры сетевых графиков ....	310
Построение предварительного временного графика.....	314
Определение резервов (запасов) времени .....	317
7.3. Распределение ресурсов. Оптимизация сетевого графика .....	319
7.4. Стоимость проекта. Оптимизация сетевого графика ....	323
7.5. Сетевые модели в условиях неопределенности .....	327
<b>Глава 8. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ .....</b>	<b>331</b>
8.1. Понятия.....	331
8.2. Метод Монте-Карло. Интегрирование с помощью метода Монте-Карло .....	332
8.3. Элементы дискретного моделирования.....	339
Имитация модели очереди с одним сервисом .....	341
Имитационное моделирование управления запасами.....	346
<b>РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>351</b>