УДК 533.951

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИНТОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ОТКРЫТЫХ ЛОВУШКАХ С ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

В. П. Жуков, И. В. Шваб, А. В. Бурдаков*

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск
* Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: shva@ict.nsc.ru

Изучается динамика плазмы в открытых магнитных ловушках с электронным пучком, в частности в ловушке ГОЛ-3. Численно исследуется возможность образования резонансной поверхности магнитного поля и развития винтовой неустойчивости, обусловленной наличием этой поверхности.

Ключевые слова: плазма, тиринг-неустойчивость, пересоединение, резонансная поверхность.

Введение. Эксперименты на многопробочной ловушке с электронным пучком ГОЛ-3 (Институт ядерной физики СО РАН) [1] выполняются следующим образом. В вакуумную камеру подводится водород (концентрация $(1 \div 3) \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$). Затем зажигается разряд, создающий плазму, после чего в нее инжектируется электронный пучок, повышающий температуру плазмы до $(1{,}1 \div 2{,}3) \cdot 10^3$ К ($1{,}1 \div 2{,}3$ кэВ). Максимальная эффективность передачи энергии (30–40 %) наблюдается при плотности $(1 \div 3) \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$. Полученная таким образом горячая плазма остывает за время $\approx$50 мкс.

Данные экспериментов [2] показывают, что после выключения пучка в центре плазмы течет ток, равный току пучка, а на краю пучка плазменный ток течет в обратном направлении. При этом полная сила тока оказывается малой. Данная токовая конфигурация разрушается за время, существенно меньшее времени омического затухания. Предполагается, что быстрое разрушение токовой конфигурации обусловлено развитием тиринг-неустойчивости. Настоящая работа посвящена изучению этого явления.

Тиринг-неустойчивость, играющая важную роль в динамике плазмы токамаков, является причиной релаксационных (пилообразных) колебаний, присущих всем токамакам. В результате развития такой неустойчивости [3, 4] происходит быстрое уменьшение силы тока, протекающего по плазме, и выброс тепловой энергии плазмы из центра на периферию. В случае токамаков эти явления хорошо изучены. В частности, существует большое количество работ, в которых проведено численное моделирование тиринг-неустойчивости. Использовались двумерные [4–10] и трехмерные [11, 12] модели в приближениях редуцированной [5–8] и нередуцированной [9–12] одножидкостной [4, 11, 12] и двухжидкостной [5–8, 10] магнитной гидродинамики.

Моделирование тиринг-неустойчивости в открытой ловушке с электронным пучком, результаты которого представлены в данной работе, проведено впервые. Целью настоящей работы является исследование возможности формирования магнитной конфигурации

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-01-00244).

с резонансной поверхностью магнитного поля и развития тиринг-неустойчивости в такой конфигурации, а также определение количественных характеристик течения, возникающего при развитии этой неустойчивости. В частности, необходимо оценить время разрушения токовой конфигурации.

В работе использовались одно- и двумерные одножидкостные магнитогидродинамические (МГД) модели, которые реализовывались численно с помощью конечно-разностных алгоритмов. Электронный пучок учитывался дополнительными членами в уравнениях для магнитного поля. Гофрировкой и наличием торцов в этой модели пренебрегалось. Проводимость плазмы вне пучка предполагалась равной кулоновской при температуре $1{,}16 \cdot 10^6$ K (100 эВ). Наличие пучковой неустойчивости приводит к турбулентности и как следствие к увеличению сопротивления плазмы в области, занятой пучком, по сравнению с кулоновским значением. Точное значение аномального сопротивления неизвестно, поэтому в расчетах сопротивление плазмы внутри пучка варьировалось в диапазоне от 10 до 1000 его кулоновских значений. После выключения пучка его аномальное сопротивление исчезает. Сопротивление горячей плазмы значительно меньше сопротивления плазмы при температуре $1{,}16 \cdot 10^6$ K (100 эВ). Развитие тиринг-неустойчивости определяется локальным значением сопротивления на резонансной поверхности. Эта поверхность находится вне области пучка, и соответственно температура на резонансной поверхности значительно меньше $1{,}16 \cdot 10^7$ K (1 кэВ). Изучение распределения температуры вследствие нагрева плазмы пучком представляет собой отдельную сложную задачу, поэтому в настоящей работе для простоты сопротивление плазмы после выключения пучка полагалось постоянным и равным спицеровскому сопротивлению при температуре $1{,}16 \cdot 10^6$ K (100 эВ).

Тиринг-неустойчивость хорошо изучена в случае отсутствия пучка при сильном градиенте проводимости. Следует отметить, что большие градиенты проводимости имеют место на краю пучка вблизи резонансной поверхности. Подобная ситуация ранее не исследовалась. Например, в токамаках изменение проводимости происходит на расстояниях порядка малого радиуса плазмы и существенного влияния на тиринг-неустойчивость не оказывает.

1. Математическая постановка задачи. Рассмотрим математическую постановку задачи. Исходные МГД-уравнения одножидкостной двухтемпературной плазмы имеют вид [13, 14]

$$\rho\,\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{1}{c}\,(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{H}) + \nu\Delta\boldsymbol{V} + \frac{\nu}{3}\,\nabla\operatorname{div}\boldsymbol{V},$$

$$\frac{1}{\gamma_e - 1}\Big(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\boldsymbol{V}p_e)\Big) = -p_e\operatorname{div}\boldsymbol{V} + \operatorname{div}\big(\chi_e\nabla T_e + \chi_{\parallel e}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{h}\nabla T_e)\big) + \frac{(\boldsymbol{j} - \boldsymbol{j}_0)^2}{\sigma},$$

$$\frac{1}{\gamma_i - 1}\Big(\frac{\partial p_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\boldsymbol{V}p_i)\Big) = -p_i\operatorname{div}\boldsymbol{V} + \operatorname{div}\big(\chi_i\nabla T_i + \chi_{\parallel i}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{h}\nabla T_i)\big) + Q_\nu, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}\Big([\boldsymbol{V}\boldsymbol{H}] - \frac{c}{\sigma}\,(\boldsymbol{j} - \boldsymbol{j}_0)\Big), \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\boldsymbol{V} = 0,$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{H} = 0, \qquad \boldsymbol{j} = \frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\boldsymbol{H}, \qquad T_{i,e} = \frac{p_{i,e}}{\rho}, \qquad \boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{H}}{|\boldsymbol{H}|}.$$

Здесь ρ, $\boldsymbol{V}$, σ — плотность, скорость, проводимость плазмы соответственно; $\boldsymbol{j}_0$ — плотность силы тока пучка; $\boldsymbol{H}$ — магнитное поле; ν — вязкость; Q_ν — нагрев плазмы, обусловленный работой вязких сил [14]; $p_{i,e}$, $T_{i,e}$ — давление и температура плазмы; $\chi_{\parallel e,i}$, $\chi_{e,i}$ — коэффициенты продольной и изотропной теплопроводности; $\gamma_e = \gamma_i = \gamma = 5/3$ — показатели адиабаты электронов и ионов; индекс i соответствует ионам, e — электронам.

Рассмотрим МГД-течение, обладающее винтовой симметрией. В этом случае скалярные величины и цилиндрические (r, φ, z) компоненты векторов зависят от координат таким образом, что выполняется соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial \varphi}. \tag{2}$$

При наличии винтовой симметрии различные функции зависят от величины $\varphi - z/R$, а не от φ и z по отдельности. Ниже под φ понимается величина $\varphi - z/R$. Для установки ГОЛ-3 параметр $R = z_0/(2\pi a N)$. Здесь $z_0 = 1200$ — длина установки, см; $a = 5$ — радиус установки, см; N — номер моды (целое число).

Имеются основания полагать, что в условиях ГОЛ-3 доминирующей является мода $N = 1$ (см. ниже), поэтому в дальнейшем принимается $N = 1$. Расчеты показывают, что в случае присутствия других мод (например, моды $N = 0$) результаты различаются незначительно.

В случае винтовой симметрии (2) целесообразно использовать g- и s-компоненты векторов, связанные с φ- и z-компонентами следующим образом:

$$f_s = f_\varphi - (r/R) f_z, \qquad f_g = f_z + (r/R) f_\varphi.$$

Также удобно ввести компоненты векторов (для краткости будем называть их декартовыми компонентами вектора), которые связаны с компонентами r и φ соотношениями

$$f_x = f_r \cos\varphi - f_\varphi \sin\varphi, \qquad f_y = f_r \sin\varphi + f_\varphi \cos\varphi.$$

В силу того что под φ понимается величина $\varphi - z/R$, эти компоненты совпадают с истинными декартовыми компонентами только при $R \to \infty$.

Поскольку длина установки ГОЛ-3 ограничена, симметрия (2) отсутствует. Выясним, в каком случае можно пренебречь краевыми эффектами. Этот вопрос является достаточно сложным. Для того чтобы оценить влияние краевых эффектов, предположим, что магнитное поле "вморожено" в торцы камеры. "Вмороженность" приводит к тому, что продольное поле, увлекаемое движущейся в поперечном направлении плазмой, деформируется. В результате генерируется поперечное поле. Как показано ниже, в этом случае смещение плазмы порядка радиуса нейтральной поверхности и приближенно равно $a/2$. Соответственно величина генерируемого из-за наличия торцов поперечного поля порядка $H_z a/(2z_0) \approx 0{,}1$ кГс. Для того чтобы это поле не оказывало сильного влияния на течение, необходимо, чтобы оно было значительно меньше поперечного магнитного поля, возникновение которого обусловлено продольным током, текущим по плазме. Величина поперечного магнитного поля порядка 1 кГс. Таким образом, используемое приближение оправданно. Реальная конструкция ГОЛ-3 такова, что ограничение на отношение a/z_0 является значительно более мягким.

Гофрировкой магнитного поля пренебрегается. Так как остывание плазмы за счет оттока тепла на торцы установки происходит за время порядка 50 мкс, а длительность рассматриваемых процессов составляет менее 10 мкс, тепловым потоком на торцы установки также можно пренебречь.

Далее будем использовать безразмерные величины. В качестве масштаба длины принимается радиус установки. Расчеты проводились при следующих характерных значениях: величина продольного магнитного поля $H_z = 50$ кГс, плотность $\rho_* = 10^{21}$ м$^{-3}$, скорость (скорость Альфвена, вычисленная по величине тороидального магнитного поля) $V_\mathrm{A} = H_z/\sqrt{4\pi\rho_*} = 3{,}48 \cdot 10^6$ м/с, время $a/V_\mathrm{A} = 1{,}44 \cdot 10^{-8}$ с, давление $H_z^2/(4\pi)$ и т. д.

С учетом сказанного выше уравнения (1) принимают вид

$$\rho\Big(\frac{\partial V_x}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)V_x - \frac{V_z V_y}{R}\Big) = \nu\Big(\Delta V_x - \Big(V_x - 2\,\frac{\partial V_y}{\partial \varphi}\Big)R^{-2}\Big) + F_x,$$