ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

И.Н. Прядко, Б.Н. Садовский

КИНЕМАТИКА

Конспекты лекций

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2009

Оглавление

Для любых отмеченных точек A и B определены и обладают известными свойствами следующие понятия:

– *направленный отрезок* $A(t)B(t)$,

– *вектор* $\overline{r} = \overline{r}_{AB}(t)$, определяемый этим направленным отрезком (который можно формально представлять как множество всех направленных отрезков, получаемых из данного параллельными переносами),

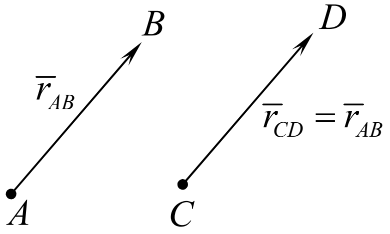

Рис. 1

– произведение $\alpha\overline{r}_{AB}(t)$ вещественного числа на вектор и сумма векторов $\overline{r}_{AB}(t) + \overline{r}_{CD}(t)$,

– угол $\angle(\overline{a}, \overline{b})$ – радианная мера угла кратчайшего поворота вектора $\overline{a}$ до совпадения с направлением вектора $\overline{b}$,

– скалярное произведение $(\overline{a}, \overline{b})$ векторов, равное произведению их длин на косинус угла между ними,

– расстояние $\rho(A(t), B(t)) = |A(t)B(t)| = |\overline{r}| = \sqrt{(\overline{r}, \overline{r})} = \sqrt{\overline{r}^2}$ между точками (длина вектора) в данный момент,

– *множество* V^t всех векторов $\overline{r}_{AB}(t)$, которое вместе с операциями умножения на вещественные скаляры, сложения и скалярного умножения векторов представляет собой трехмерное линейное евклидово пространство.

Пространства E^t при разных значениях t изоморфны между собой, однако никакого «естественного» изоморфизма между ними не существует. Невозможно сегодня указать точку мирового пространства, в которой вчера в полдень находилась вершина Эйфелевой башни. Но если задать какую-нибудь систему отсчета и связанную с ней систему координат, например, связанные с Землей широту, долготу и высоту над уровнем моря, то соответствие между точками пространств E^{t_1} и E^{t_2} можно определить через равенство координат.

1.3. Декартовы системы отсчета

Декартовой системой отсчета будем называть упорядоченную четверку отмеченных точек $S=(O,E_1,E_2,E_3)$, для которой в любой момент времени выполнены три условия:

1) $|OE_1|=|OE_2|=|OE_3|=1$,

2) $OE_i \perp OE_j$ $(i \neq j)$,

3) направленные отрезки OE_1, OE_2, OE_3 образуют *правую тройку*, т. е. с конца последнего из них кратчайший поворот первого до второго кажется происходящим против часовой стрелки (Рис. 2).

Для векторов, определяемых отрезками OE_1, OE_2, OE_3, мы будем использовать обозначения $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ (иногда $\overline{e}_x, \overline{e}_y, \overline{e}_z$ или $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$). Декартова система отсчета S может быть эквивалентно определена заданием *начала отсчета* O и правильно ориентированного ортонормированного базиса $(\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3)$ в пространстве V^t при любом t.

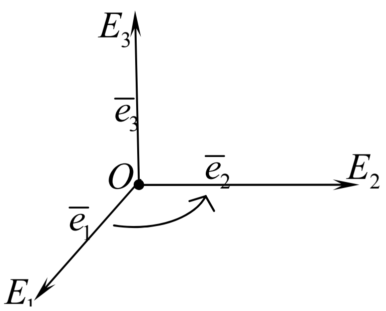

Рис. 2

Положение отмеченной точки A по отношению к декартовой системе отсчета S в любой момент времени определяется ее радиус-вектором, который можно разложить по базису $(\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3)$:

$$\overline{r}_{OA} = x\overline{e}_1 + y\overline{e}_2 + z\overline{e}_3 .$$

При фиксированном начале отсчета O радиус-вектор точки A будем обозначать также $\overline{r}_A$, а для фиксированной точки A – $\overline{r}$.

Арифметический трехмерный вектор

$$r_{OA} = r_A = r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

изображает положение точки A в момент t в координатном пространстве $\mathbb{R}^3$. Соответствие между геометрическими и арифметическими векторами $\overline{r}$ и r, задаваемое с помощью базиса $\overline{e} = (\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3)$, является, как известно, изоморфизмом линейных евклидовых пространств, т. е. взаимно однозначным отображением, сохраняющим линейные операции и скалярное произведение.

Геометрическим векторам $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ соответствуют арифметические векторы

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1.4. Неизменяемые системы, твердые среды и тела

В механике широко используются близкие по смыслу понятия «неизменяемая система», «твердое тело», «твердая среда». Мы будем использовать их в следующих значениях.

Неизменяемой системой будем называть любую совокупность отмеченных точек, расстояния между которыми остаются неизменными во времени. Например, декартова система отсчета является неизменяемой, так как расстояния между точками O и E_i, по определению, постоянно равны 1, а отсюда следует, очевидно, что расстояния между различными E_i также постоянны и равны $\sqrt{2}$.

Если неизменяемая система в любой момент t заполняет все пространство E', то она называется *твердой средой.* Например, множество Σ всех отмеченных точек, неподвижных (т. е. имеющих постоянные координаты) относительно заданной декартовой системы отсчета S, есть твердая среда.

Термин *твердое тело* используется в литературе не вполне однозначно, но всегда означает неизменяемую систему, обладающую (возмож-