

Министерство образования Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**С. О. Ширяева  
А. И. Григорьев  
Н. В. Воронина**

**Методы расчета  
устойчивости капиллярных волн  
на поверхности заряженной струи**

*Учебное пособие*

Ярославль 2011

УДК 532:533.6:534.1  
ББК 253.313  
Ш 64

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2010/2011 года*

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. В. А. Коромыслов;  
кафедра прикладной математики и вычислительной техники  
Ярославского государственного технического университета

**Ширяева, С. О. Методы расчета устойчивости капиллярных волн на поверхности заряженной струи: учебное пособие**  
Ш 64 / С. О. Ширяева, А. И. Григорьев, Н. В. Воронина; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 212 с.  
ISBN 978-5-8397-0827-3

Разбираются аналитические методы расчета линейной и нелинейной неустойчивости капиллярных волн на поверхности цилиндрических струй идеальных и вязких жидкостей, приводящих к дроблению струй на отдельные капли.

При издании учебного пособия авторы пользовались поддержкой гранта губернатора Ярославской области, гранта Рособразования № РНП 2.1.1/3776 и грантов РФФИ № 09-01-00084 и № 09-08-00148.

УДК 532:533.6:534.1  
ББК 253.313

ISBN 978-5-8397-0827-3

© Ярославский государственный  
университет им. П. Г. Демидова, 2011

# 1. Введение. Ретроспектива исследований устойчивости и спонтанного капиллярного распада заряженных струй

В самых различных академических, технических и технологических приложениях приходится сталкиваться с сильно заряженной свободной поверхностью жидкости или границей раздела несмешивающихся сред, которые можно моделировать несжимаемыми жидкостями. Когда отрицательное электростатическое давление на свободную поверхность жидкости (или границу раздела несмешивающихся сред), возмущенную капиллярным волновым движением теплового происхождения, превысит локальное значение давления капиллярных сил, с поверхности жидкости выбрасывается заряженная струйка жидкости, распадающаяся полидисперсным образом на отдельные капли [1–5]. Весь феномен носит название спонтанного электродиспергирования жидкости в противовес вынужденному капиллярному распаду струй, ориентированному на получение потоков монодисперсных заряженных капель [6].

Капиллярные волны теплового происхождения генерируются тепловым движением молекул жидкости и имеют амплитуды  $\sim \sqrt{kT/\gamma}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура жидкости,  $\gamma$  – коэффициент поверхностного натяжения; для большинства жидкостей амплитуды не превышают одной десятой нанометра. Такие волны в задачах гидродинамики обычно именуются волнами бесконечно малой амплитуды.

Под электростатическим полем будет пониматься электрическое поле, являющееся решением уравнения Пуассона (или Лапласа), изменяющееся во времени со скоростью, много меньшей скорости распространения электромагнитной волны. Электрические поля, возникающие вблизи заряженной поверхности жидкости, возмущенной капиллярным волновым движением, изменяются во времени со скоростями, не превышающими скорости звука в жидкости, а потому эффектами запаздывания можно пренебрегать и считать их в проводимом рассмотрении электростатическими.

## Оглавление

1. Введение. Ретроспектива исследований устойчивости и спонтанного капиллярного распада заряженных струй.....	3
2. Линейные осцилляции и капиллярный распад заряженных жидких струй .....	62
2.1. Линейные осцилляции и распад незаряженной цилиндрической струи идеальной жидкости.....	67
2.2. Линейные осесимметричные осцилляции и распад незаряженной цилиндрической струи вязкой жидкости. 73	
2.3. Линейные неосесимметричные осцилляции и распад заряженной цилиндрической струи.....	83
Приложение .....	133
2.4. Об устойчивости объёмно заряженной струи диэлектрической жидкости, ускоренно движущейся в коллинеарном струе электрическом поле.....	149
2.5. Расчет волновых движений на поверхности цилиндрической струи маловязкой жидкости в рамках теории пограничного слоя.....	164
3. Нелинейные неосесимметричные волны на поверхности незаряженной диэлектрической струи в продольном электростатическом поле .....	187
Заключение .....	200
Вопросы и задания .....	201
Список литературы.....	202