

А

Министерство образования Московской области
ГБОУ ВО МО «Международный университет природы,
общества и человека «Дубна»

Филиал «Протвино»
Кафедра математики и естественных наук

**К. Г. Клименко,
Е. А. Козловский,
Г. В. Левицкая**

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ
НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ
ИЗБРАННЫХ РАЗДЕЛОВ
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

ПРАКТИКУМ

Рекомендован учебно-методическим советом
филиала «Протвино» университета «Дубна»
в качестве практикума
для студентов, изучающих курсы
«Математический анализ»
и «Дополнительные главы высшей математики»



Москва, 2014

**ББК 22.161
К 49**

Рецензент:
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник ФГБУ ГНЦ ИФВЭ
А. В. Разумов

Клименко, К. Г.

К 49 Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики: практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — М.: Прометей, 2014. — 107(1) с.

ISBN 978-5-7042-2529-4

В данном практикуме рассматриваются методы решения некоторых типов задач из таких разделов общепринятого курса математического анализа, как предел и экстремум функции, градиент и производная функции по направлению, суммирование числовых рядов, дифференциальные уравнения и разложение их решений в степенные ряды и др., которые изучаются на практических занятиях студентами Протвинского филиала международного университета «Дубна». Он может быть полезным и для изучающих курс высшей математики в технических вузах. Кроме того, практикум предназначен для подготовки студентов к ежегодному тестированию по высшей математике, проводимому в университете «Дубна».

Рекомендуется студентам первых курсов, которые претендуют на хорошую или отличную оценку за экзамен по математическому анализу и дополнительным главам высшей математики в университете «Дубна».

ББК 22.16

ISBN 978-5-7042-2529-4

© Клименко К.Г., Козловский Е. А., Левицкая Г. В., 2014
© Издательство «Прометей», 2014.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИИ	6
1.1 Бесконечно малые и их использование для вычисления пределов	6
1.2 Раскрытие неопределенностей вида 1^∞	13
2 ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ	15
2.1 Дифференцирование функции одной переменной	15
2.2 Частные производные функции нескольких переменных	17
2.3 Производная неявно заданной функции	19
3. ЗАДАЧИ НА ЭКСТРЕМУМ ФУНКЦИЙ	24
3.1 Наибольшее и наименьшее значения функции одной переменной	24
3.2 Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных	26
3.3 Задачи на условный экстремум	32
4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	34
4.1 Неопределённый интеграл	34
5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ	37
5.1 Градиент и производная по направлению	37
5.2 Касательная плоскость и нормаль к поверхности	42
6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (ДУ)	48
6.1 Задачи, связанные с основными понятиями ДУ	48
6.2 Системы дифференциальных уравнений	49
6.3 Дифференциальные уравнения первого порядка	51
6.4 Линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами	53
6.5 Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами	57
7. ЗАДАЧИ НА ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ	65
7.1 Необходимый признак сходимости числового ряда	65
7.2 Достаточные признаки сходимости положительных рядов	67
7.3 Некоторые методы суммирования числовых рядов	84

8. ЗАДАЧИ НА СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ.....	91
8.1 Представление неявной функции с помощью степенного ряда.....	91
8.2 Интегрирование ДУ с помощью степенных рядов.....	98
8.3 Суммирование числовых рядов с помощью степенных рядов.....	100
Библиографический список.....	107