

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАЗДЕЛ
ГЕОДЕЗИЯ И АЭРОФОТОСЪЕМКА
№ 6

Журнал основан в июле 1957 года
Выходит шесть раз в год

ИЗДАНИЕ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
МОСКВА 2008

УДК 528.7(06)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАЗДЕЛ

ГЕОДЕЗИЯ И АЭРОФОТОСЪЕМКА

№ 6

Журнал основан в июле 1957 года

Выходит шесть раз в год

Главный редактор

Член-корреспондент РАН, профессор, доктор техн. наук

В.П.САВИНЫХ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Профессор, доктор техн. наук **БАТРАКОВ Ю.Г.**, профессор, кандидат техн. наук **БИЛИЧ Ю.С.**,
профессор, доктор техн. наук **ВЕРЕЩАКА Т.В.**, профессор, доктор техн. наук **ГУК А.П.**,
профессор, доктор техн. наук **ДУБИНОВСКИЙ В.Б.**, профессор, доктор техн. наук **ЖУРКИН И.Г.**,
профессор, доктор техн. наук **КАРПИК А.П.**, профессор, доктор техн. наук **КЛЮШИН Е.Б.**,
профессор, доктор техн. наук **КОУГИЯ В.А.**, профессор, доктор техн. наук **МАЙОРОВ А.А.**
(зам. главного редактора), профессор, доктор техн. наук **МАЛИННИКОВ В.А.**, профессор, доктор техн.
наук **МАРКУЗЕ Ю.И.**, профессор, доктор техн. наук **НЕЙМАН Ю.М.**, профессор, доктор техн. наук
ПАВЛОВ В.И., профессор, доктор техн. наук **ПИМШИН Ю.И.**, доктор техн. наук **РЯЗАНЦЕВ Г.Е.**,
профессор, доктор техн. наук **ЯКУШЕНКОВ Ю.Г.**, профессор, доктор техн. наук **ЯМБАЕВ Х.К.**,
профессор, доктор техн. наук **ЯШКИН С.Н.**

Старший редактор К.В.Любомирова

Редактор Е.А.Евтеева

Сдано в набор 25.11.08. Подписано в печать 23.12.08.

Формат 60 × 90 ¹/₈. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 14,0. Уч.-изд. л. 14.

Тираж 500 экз. Заказ 273.

Адрес редакции: 105064, Москва, Гороховский пер., 4.

E-mail: redakcia@miigaik.ru

Отпечатано в типографии МИИГАиК

© Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 2008

ГЕОДЕЗИЯ, КАДАСТР И МОНИТОРИНГ ЗЕМЕЛЬ

УДК 528.2/.3

Астрокосмический центр ФИАН
Кандидат физ.-мат. наук *Р.М. Бебенин*
Кандидат физ.-мат. наук *Х.А. Васкес Б.*
(Мексика)

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ТИПОВ ДВИЖЕНИЯ В ПРИВЕДЕННОЙ ЗАДАЧЕ ДВУХ ПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ

Рассмотрим материальную точку, пассивно гравитирующую в поле со следующим потенциалом

$$W = \frac{fM}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} \right), \quad (1)$$

где f — постоянная тяготения; M — масса некоторого тела;

Для упрощения выкладок введем переменные r^* , z^* и время τ по формулам:

$$\left. \begin{aligned} r_1^2 &= (\sqrt{x^2 + y^2} - c)^2 + z^2; \\ r_2^2 &= (\sqrt{x^2 + y^2} + c)^2 + z^2; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

c — произвольный постоянный линейный параметр.

Механический смысл данного потенциала таков — притягивающие точки P_1 и P_2 расположены на окружности с центром в точке O и с радиусом c . В эти точки помещена масса M . Притягивающие точки не являются неподвижными, они подвижны, притом таким образом, что точки P_1 , P_2 и изучаемая пассивно гравитирующая точка, находятся в одной плоскости с осью Oz . Таким образом, конфигурационное пространство есть пучок плоскостей, содержащих ось Oz .

Лагранжиан системы $L = T + W$, где кинетическая энергия $T = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{2}$ в силу натуральности системы, W дан формулой (1).

Перейдем к цилиндрической системе координат r , φ , z по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \varphi; \\ y &= r \sin \varphi; \\ z &= z. \end{aligned} \right\}$$

Тогда в этих координатах лагранжиан будет выглядеть так:

где $\Omega^2 = \frac{fM}{c^3}$.

Обозначая производную x' по новому времени, запишем новый лагранжиан

$$L = \frac{c^2 \Omega}{2} \times \left(r_*'^2 + r_*'^2 \varphi_*'^2 + z_*'^2 + \frac{1}{\sqrt{(r_*+1)^2 + z_*'^2}} + \frac{1}{\sqrt{(r_*+1)^2 + z_*'^2}} \right).$$

Если мы разделим лагранжиан на множитель — уравнения движения не поменяются, кроме того, удобно вернуть старые обозначения, тогда лагранжиан, на котором мы будем основываться, будет выглядеть так:

$$L = \frac{1}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{(r+1)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(r-1)^2 + z^2}} \right).$$

Из симметричности относительно оси Oz , создаваемой потенциалом задачи, следует, что урав-