

УДК 517.5(07)  
ББК 22.161.5я7  
О75

Рецензент

доктор физико-математических наук, профессор С.А. Пихтильков

Авторы: И.К. Зубова, О.В. Острая, А.Н. Павленко, Е.Н. Рассоха

О75 Основы математического анализа (модуль: «Функции нескольких переменных»): самоучитель / И.К. Зубова, О.В. Острая, А.Н. Павленко, Е.Н. Рассоха; Оренбургский гос. ун-т – Оренбург: ОГУ, 2011 – 111 с.  
ISBN

Данный самоучитель представляет собой комплекс методических материалов, который должен помочь студенту в самостоятельной работе над курсом математического анализа во втором семестре. Он посвящено функциям нескольких переменных: понятию функции нескольких переменных, пределам функций нескольких переменных, непрерывности, дифференциальному исчислению функций нескольких переменных. Кроме теоретических сведений, представлены типичные задачи с решениями по каждой теме, вопросы для самоконтроля и задачи для самостоятельного решения. В связи с этим самоучитель рекомендуется для самостоятельной работы студентов.

Самоучитель разработан в рамках исследования при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (АВЦП «развитие научного потенциала высшей школы» – №3.1.1/13256).

Самоучитель предназначен для студентов направления 010500-Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

УДК 517.5(07)  
ББК 22.161.5я7

О 1602070000

ISBN

© Зубова И.К., Острая О.В.,  
Павленко А.Н., Рассоха Е.Н., 2011  
© ГОУ ОГУ, 2011

## Содержание

Предисловие .....	5
Введение .....	8
1 Понятие функции нескольких переменных .....	10
1.1 Теоретические сведения.....	10
1.1.1 Определение функции нескольких переменных .....	10
1.1.2 Окрестности и области на плоскости .....	11
1.1.3 Способы задания функций нескольких переменных .....	13
1.1.4 Геометрическая интерпретация функций двух и трех переменных ..	14
1.2 Примеры решения типичных задач.....	17
1.3 Вопросы для самоконтроля.....	22
1.4 Задачи для самостоятельного решения .....	23
2 Предел и непрерывность функции двух переменных .....	25
2.1 Теоретические сведения.....	25
2.1.1 Определение предела функции двух переменных.....	25
2.1.2 Свойства пределов функции двух переменных .....	28
2.1.3 Частное и полное приращение функций нескольких переменных....	28
2.1.4 Непрерывность функции двух переменных.....	29
2.2 Примеры решения типичных задач.....	31
2.3 Вопросы для самоконтроля.....	36
2.4 Задачи для самостоятельного решения .....	37
3 Производные и дифференциалы .....	39
3.1 Теоретические сведения.....	39
3.1.1 Понятие частной производной .....	39
3.1.2 Геометрический смысл частной производной .....	40
3.1.3 Дифференцируемые функции. Дифференциал.....	42
3.1.4 Касательная плоскость и нормаль .....	45
3.1.5 Дифференцируемость сложной функции.....	49
3.1.6 Свойства дифференциала первого порядка .....	51
3.1.7 Дифференцирование неявных функций.....	53
3.1.8 Применение дифференциала в приближенных вычислениях.....	54
3.1.9 Производная по направлению. Градиент .....	56
3.2 Примеры решения типичных задач.....	61
3.3 Вопросы для самоконтроля.....	68
3.4 Задачи для самостоятельного решения .....	70
4 Производные и дифференциалы высших порядков .....	73
4.1 Теоретические сведения.....	73
4.1.1 Частные производные высших порядков и их свойства .....	73
4.1.2 Дифференциалы высших порядков и их свойства .....	75
4.1.3 Формула Тейлора .....	78
4.2 Решение типичных задач .....	80
4.3 Вопросы для самоконтроля.....	84
4.4 Задачи для самостоятельного решения .....	85

5 Экстремумы функций нескольких переменных .....	87
5.1 Теоретические сведения.....	87
5.1.1 Локальные экстремумы.....	87
5.1.2 Глобальные экстремумы .....	92
5.1.3 Условные экстремумы .....	93
5.1.4 Задачи на максимум и минимум.....	97
5.2 Примеры решения типичных задач.....	98
5.3 Вопросы для самоконтроля.....	108
5.4 Задачи для самостоятельного решения .....	109
Список использованных источников .....	111

## Предисловие

Среди математических курсов, читающихся студентам различных инженерно-технических специальностей, курс математического анализа является одним из важнейших. Именно в нем содержатся основные понятия высшей математики. Их усвоение необходимо для того, чтобы затем совершенствовать знания в области целого ряда фундаментальных наук, без которых, в свою очередь, невозможна успешная инженерно-техническая деятельность. Анализ федерального государственного образовательного стандарта по различным специальностям показывает, что соответствующий модуль присутствует во всех стандартах.

Этот курс традиционно считается одним из наиболее сложных, поэтому очень важным является методическое обеспечение данного курса.

Самостоятельная работа, наряду с аудиторной, представляет для студента одну из форм учебного процесса и является существенной его частью. В условиях перехода к образовательным стандартам нового поколения роль и место самостоятельной работы студента в учебном процессе существенно увеличивается, что требует её дополнительного методического обеспечения.

Помощь в организации самостоятельной работы должны оказывать методические пособия по отдельным модулям курса. Во втором семестре целесообразно выделение модуля – «Функции нескольких переменных». Данный самоучитель содержит методический материал по указанному модулю. Лекционный материал к нему занимает обычно около двадцати академических часов. Столько же времени занимают и практические занятия, разработки к которым также предлагаются в работе. В теоретический материал включаются определения, теоремы, наглядные примеры и рисунки, иллюстрирующие геометрический смысл основных понятий рассматриваемых в модуле, а в материалы к практическим занятиям – задачи,