

УДК 373.167.1:519  
ББК 22.171я721.6  
З-80

**Золотарёва Н. Д.**

З-80 Олимпиадная математика. Задачи на игры и инварианты с решениями и указаниями. 5–7 классы : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — Электрон. изд. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 195 с. — (ВМК МГУ — школе). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-668-1

Настоящее пособие составлено на основе олимпиадных задач по математике преподавателями факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова. Пособие содержит теоретический материал, подборку задач, а также указания и решения к большинству задач.

Рекомендуется школьникам 5–7 классов, интересующимся олимпиадными задачами, учителям математики, руководителям кружков и факультативов.

УДК 373.167.1:519  
ББК 22.171я721.6

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Олимпиадная математика. Задачи на игры и инварианты с решениями и указаниями. 5–7 классы : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 192 с. : ил. — (ВМК МГУ — школе). — ISBN 978-5-93208-372-7.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>От редактора</b> .....	5
<b>Предисловие</b> .....	6
<b>Часть I. Теория и задачи</b> .....	7
1. Инварианты .....	7
1.1. Чётность .....	7
1.2. Остатки от деления .....	14
1.3. Алгебраическое выражение .....	18
1.4. Раскраска .....	23
1.5. Полуинвариант .....	32
2. Игры .....	35
2.1. Фатальные игры .....	35
2.2. Использование симметрии .....	37
2.3. Делимость и разбиение на пары .....	42
2.4. Выигрышные и проигрышные стратегии. Анализ с конца .....	45
3. Турниры .....	50
<b>Часть II. Указания и решения</b> .....	57
1. Инварианты .....	57
1.1. Чётность .....	57
1.2. Остатки от деления .....	75
1.3. Алгебраическое выражение .....	85
1.4. Раскраска .....	95
1.5. Полуинвариант .....	128
2. Игры .....	137
2.1. Фатальные игры .....	137
2.2. Использование симметрии .....	140

2.3. Делимость и разбиение на пары .....	147
2.4. Выигрышные и проигрышные стратегии. Анализ с конца .....	156
3. Турниры .....	167
<b>Ответы</b> .....	<b>188</b>
<b>Список литературы</b> .....	<b>191</b>