Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Кафедра теоретической информатики

В.С. Рублев

Множества

(индивидуальная работа № 1 по дисциплине

«Основы дискретной математики»)

Методические указания

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по
специальности Информационные технологии

Ярославль 2009

УДК 510.5
ББК В126я73
Р88

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009 года

Рецензенты:
кафедра теоретической информатики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Р88 **Рублев, В.С.** Множества: метод. указания / В.С. Рублев; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2009. – 36 с.

Методические указания содержат варианты индивидуального задания по теме “Множества” дисциплины “Основы дискретной математики”, а также необходимый материал для самостоятельного изучения этой темы и выполнения индивидуального задания. Для качественного усвоения курса издание содержит подробные определения, примеры, иллюстрации и обоснования.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 010400 Информационные технологии (дисциплина “Основы дискретной математики”, блок ЕН), очной формы обучения.

Ил. 8.

УДК 510.5
ББК В126я73

1. Цель работы

1 Умение выражать формулой искомое множество через исходные множества при помощи операций над ними.

2 Умение использовать алгебру множеств для упрощения формул.

3 Умение наглядно изображать множества и их части с помощью диаграмм Венна.

4 Умение использовать формулу *включений и исключений* для определения количества элементов множества.

5 Умение делать шаг вывода при проведении доказательства.

6 Умение использовать прямой и косвенный методы доказательства для обоснования утверждения относительно отношений множеств.

2. Общее задание

Задание по теме *Множества* содержит 2 задачи. Их решение предполагает последовательное выполнение (в отдельной тонкой тетради) всех следующих частей общего задания для варианта индивидуального задания, выданного студенту:

I. *Ввести обозначения множеств* утверждения 1-й задачи и *упростить* их формулы по мере возможности, используя алгебру множеств. Провести *доказательство* утверждения задачи, разделив его на отдельные части. Построить *диаграммы Венна* для множеств, входящих в утверждение задачи, для случаев выполнения условий утверждения и каждого случая невыполнения условий. Разные множества выделить цветом и штриховкой с пояснениями. Построить *примеры с множествами из целых неотрицательных чисел* для случаев *выполнения условий* утверждения и каждого случая *невыполнения условий*, определив все множества примера.

II. Ввести *обозначения исходных множеств*, заданных во 2-й задаче, и *вывести формулу для искомого* в задаче множества через исходные множества. Построить *диаграмму Венна* для всех указанных в задаче множеств и выделить их штриховкой, цветом с пояснениями. Основываясь на формуле включений и исключений для множеств, *вывести формулу для числа элементов* искомого множества и *найти* это *число*.

3. Определение множества

В *наивной* (неаксиоматической) теории множеств, созданной в конце XIX века Георгом Кантором, понятие множества считается изначально заданным. Г. Кантор определял множество как “*многое, мыслимое нами как целое*”.

В следующем общепринятом определении

> ***Множество*** *есть* ***совокупность объектов****, различаемых нашей интуицией или мыслью*

подчеркивается, что множество есть структура, состоящая из *элементов* (объектов) множества, никакие связи между которыми (например, порядок) не определены.

В следующих примерах: *стадо коров*, *совокупность решений уравнения*, *совокупность предметов в комнате* множествами являются *стадо, совокупности*, а их элементами могут быть как однородные объекты (*коровы, решения*), так и неоднородные объекты (*стол, ковер, картина*). Каждый элемент обычно входит во множество лишь 1 раз[1].

Принято множество заключать в фигурные скобки, внутри которых либо идет перечисление элементов множества, либо задается свойство, накладываемое на все элементы множества. Так, в примерах

Стадо={*буренка, чернушка, милка*},

$\boldsymbol{X}=\{x \mid x^2+x-6=0\}$,

ПредметыКомнаты={*стол, ковер, картина*}

определение свойством элементов используется во втором примере, определяющем множество $\boldsymbol{X}$ решений уравнения $x^2+x-6=0$, а определение перечислением элементов – в первом и третьем.

В дальнейшем множества мы будем обозначать прописными (большими) буквами латинского и русского алфавитов (или именами, начинающимися с прописной буквы), а элементы множества строчными (малыми) буквами этих алфавитов (или именами, начинающимися со

[1] В некоторых случаях мы будем определять множества с повторяющимися элементами

ŋqdqɐeɐ bƗ dədƗbɐзə b ɕɔɑbɔɐ Ɉqddɐqɐè

строчной буквы). Принадлежность элемента множеству выражается *отношениями принадлежности*: $\in$ – принадлежит и $\notin$ – не принадлежит. Так, для вышеприведенных примеров: $2 \in X$, $3 \notin X$, *милка* $\in$ ***Стадо***, *стрелка* $\notin$ ***Стадо***. Понятие *принадлежности* является вторым неопределяемым понятием.

Отметим, что каждый элемент может либо принадлежать, либо не принадлежать множеству, т. е.

> ***не существует элемента, одновременно принадлежащего и не принадлежащего одному и тому же множеству.***

Предположение о существовании такого элемента является ***противоречием***, т. е. не верно.

4. Отношения между множествами

Принадлежность элемента множеству определяется отношением принадлежности между элементами и множествами. К отношениям между множествами прежде всего относится *отношение равенства множеств*:

> *Множества A и B равны ($A = B$) тогда и только тогда, когда любой элемент множества A принадлежит множеству B и любой элемент множества B принадлежит множеству A.*

Например, если $Y = \{-3, 2\}$, то $X = Y$, так как только элементы -3 и 2 являются корнями уравнения $x^2 + x - 6 = 0$.

Иным способом определения равенства множеств служит следующее:

> *Не существует элемента множества A, не принадлежащего множеству B, а также не существует элемента множества B, не принадлежащего множеству A.*

Отношение равенства множеств есть отношение эквивалентности:

1) отношение рефлексивно: любое множество равно самому себе;