О НАИБО̀ЛЬШИХЪ ВЕЛИЧИНАХЪ

ВЪ ВОПРОСАХЪ ОТНОСЯЩИХСЯ

КЪ НРАВСТВЕННОМУ ОЖИДАНІЮ.

АКАДЕМИКА В. Я. БУНЯКОВСКАГО.

Читано въ засѣданіи Физ.-Мат. Отд. 20 Ноября 1879.

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ XXXVI-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМП. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 1.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ, 1879.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСІОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б. **Эггерса и Комп.,** въ С. П. Б.
Я. А. Исакова, въ С. П. Б. **Н. Киммеля,** въ Ригѣ.
Леопольда Фосса, въ Лейпцигѣ.

Цѣна 25 коп.

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, Декабрь 1879 года.

Непремѣнный Секретарь, Академикъ *К. Веселовскій.*

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
(Вас. Остр., 9 лин., № 12.)

Не подлежитъ сомнѣнію, что абсолютная величина пріобрѣтаемаго или утрачиваемаго капитала не всегда можетъ служить безусловною мѣрою его важности для всѣхъ лицъ безразлично. Такъ сумма, незначительная для богача, пріобрѣтаемая или утрачиваемая имъ, конечно не имѣетъ того матеріальнаго и нравственнаго значенія для него, какъ та же самая сумма, пріобрѣтаемая бѣднымъ человѣкомъ. Довольство перваго мало измѣнится въ обоихъ случаяхъ, между тѣмъ какъ пріобрѣтеніе такой суммы можетъ упрочить благосостояніе неимущаго.

Различіе, существующее съ нравственной стороны между *абсолютнымъ* и *относительнымъ* значеніемъ одной и той же суммы, уже давно замѣченное, приводитъ иногда къ недоумѣніямъ и даже къ кажущимся противорѣчіямъ между *началомъ математической безобидности* и здравымъ смысломъ. Весьма извѣстный въ этомъ отношеніи парадоксъ встрѣчается въ одномъ вопросѣ, относящемся къ игрѣ въ *орлянку;* рѣшеніе его приводитъ къ результату, который, съ перваго взгляда, конечно покажется парадоксальнымъ. Основываясь на *началѣ математическаго равенства игры* оказывается, что ставка одного изъ игроковъ должна быть *безконечною*. По поводу этой задачи Даніилъ Бернулли ввелъ въ Анализъ Вѣроятностей особую мѣру выгоды, называемую *нравственною*, и при которой упоминаемаго рода парадоксы уже не имѣютъ мѣста. Его изслѣдованія по этому предмету помѣщены въ *Запискахъ Петербургской Академіи Наукъ* (Commentarii Academiae Petropolitanae, T.V., стр. 175; 1738 г.), и вотъ вѣроятная причина, почему сказанной задачѣ присвоено наименованіе *Петербургской*.

Еще прежде Даніила Бернулли, Бюффонъ, какъ извѣстно, въ своемъ *Essai d'Arithmétique morale*, предложилъ принимать за мѣру важности или за *мѣру нравственной выгоды* той суммы, на которую уменьшается первоначальный капиталъ, отношеніе этой суммы къ самому капиталу, а въ случаѣ увеличенія послѣдняго — отношеніе этого самаго увеличенія къ первоначальному капиталу вмѣстѣ съ его приращеніемъ. Даніилъ Бернулли предложилъ другую гипотезу, въ общихъ чертахъ согласующуюся съ Бюффоновой, и которая до сихъ поръ допускается математиками. Онъ принялъ, что ожидаемое приращеніе физическаго имущества разложено на безконечно малые элементы, и что соотвѣтствующее каждому такому элементу безконечно малое приращеніе нравственной выгоды прямо пропорціонально самому элементу и обратно — первоначальному имуществу, увеличенному суммою всѣхъ предшествовавшихъ безконечно малыхъ приращеній. И такъ, если изобразимъ чрезъ Y *нравственную выгоду*, соотвѣтствующую *физическому имуществу* X, то, по гипотезѣ Бернулли, будетъ

$$dY = \frac{kdX}{X},$$

разумѣя подъ k постоянный положительный коэффиціентъ. Интегрируя это уравненіе получимъ

$$Y = k \log. X + \log. A_0, \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

гдѣ $\log. A_0$ означаетъ постояннное количество, которое опредѣлится по извѣстной величинѣ Y, соотвѣтствующей опредѣленному значенію X.

Употребленіе формулы (1) ограничивается тѣмъ условіемъ, что величины X и Y ни въ какомъ случаѣ не допускаютъ значеній *отрицательныхъ* или равныхъ *нулю*. Дѣйствительно, немыслимо чтобы физическое имущество X человѣка обратилось въ строгомъ смыслѣ въ *нуль* или въ величину *отрицательную,* такъ какъ самое поддержаніе его жизни уже обусловливается нѣкоторыми его средствами, какъ то личнымъ трудомъ, постороннею поддержкою, подаяніями и т. п.

Конечно, выраженіе (1) не можетъ быть принимаемо за точную мѣру нравственной выгоды, зависящей для каждаго человѣка отъ весьма разнообразныхъ обстоятельствъ и, преимущественно, отъ его личной матеріальной и нравственной обстановки. Справедливость же общихъ практическихъ заключеній, вытекающихъ изъ этой формулы, вполнѣ оправдывается здравымъ взглядомъ на сущность полученныхъ результатовъ. Такъ, напримѣръ, повседневный опытъ подтверждаетъ справедливость и пользу слѣдующихъ заключеній, основанныхъ на началахъ нравственной выгоды:

Всякіе заклады, игры и лотереи невыгодны для участвующихъ въ нихъ, хотя бы въ отношеніи къ рискуемымъ ими суммамъ и были соблюдены условія математической безобидности.—Напротивъ того, застрахованіе имуществъ, даже при нѣкоторомъ умѣренномъ избыткѣ нормы преміи противъ обусловливаемой началомъ математической безобидности, увеличиваетъ нравственную выгоду застрахователя. — Когда предстоитъ надобность подвергать какое либо имущество опасностямъ, то благоразумнѣе раздроблять его на части, а не въ цѣлости подвергать его одной опасной случайности.

Въ настоящей Запискѣ я прежде всего укажу на нѣкотораго рода вопросы, рѣшеніе которыхъ на основаніи формулы (1), и при выше отмѣченномъ ея ограниченіи, приводитъ однакожъ къ результатамъ несообразнымъ съ требованіями практики. Къ подобному роду вопросовъ можно отнести такіе, въ которыхъ ищется *maximum нравственной выгоды.* Вотъ тому примѣръ:

Положимъ, что капиталистъ отправляетъ на двухъ корабляхъ сумму λA, составляющую $\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)$—ую долю полнаго его капитала $A+\lambda A$; пусть будетъ p вѣроятность, что корабль № 1 достиг-