

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.А. Огороков Е.В. Сандракова

ФРАКТАЛЫ В ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

**ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА МНОЖЕСТВЕННОГО
ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ И ТОПОЛОГИЯ ВЫБОРКИ**

Москва 2009

УДК 539.1 (075) + 519.21 (075)

ББК 22.38я7 + 22.171я7

О - 51

Окороков В.А., Сандракова Е.В. **Фракталы в фундаментальной физике. Фрактальные свойства множественного образования частиц и топология выборки.** Учебное пособие. М.: МИФИ, 2009. – 460 с.

Настоящее учебное пособие посвящено систематическому изложению основ таких перспективных и динамично развивающихся разделов современной фундаментальной науки, как физика многочастичных процессов и фрактальные функции. Представлено как физическое описание эффектов, связанных со случайными фракталами и топологией выборки в квантовой физике, так и соответствующий математический аппарат, что является уникальной особенностью данного пособия. В конце каждой главы приведены контрольные вопросы и список рекомендуемой литературы, в конце пособия представлены многочисленные практические упражнения, что способствует лучшему усвоению материала.

Содержание пособия соответствует дополнительным главам курса «Математический анализ» и разделам курса «Фундаментальные взаимодействия», посвященным физике множественного образования частиц и фемтоскопии.

Пособие предназначено для студентов старших курсов и аспирантов, обучающихся по специальностям «Физика ядра и элементарных частиц», «Физика высоких энергий». Может быть полезно специалистам в соответствующих областях исследований.

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, профессор Нарожный Н.Б.,
кандидат физ.-мат. наук, доцент Федотов А.М.

Рекомендовано редсоветом МИФИ в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7262-1126-8

© Московский инженерно-физический институт
(государственный университет), 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	7
--------------------------------	----------

ПРЕДИСЛОВИЕ	8
--------------------------	----------

ВВЕДЕНИЕ	9
-----------------------	----------

Глава 1. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ В КХД:	
 ФРАКТАЛЬНОСТЬ И САМОПОДОБИЕ.....	20
§1. Адронные структурные функции: основные сведения.....	20
§2. Партоновая модель.....	35
§3. Структурные функции в КХД.....	40
§4. Некоторые основные экспериментальные результаты.....	56
§5. Фрактальность структурных функций в КХД.....	64
Контрольные вопросы	72
Рекомендуемая литература	72

Глава 2. НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ИЛИ ФРАКТАЛЬ-	
 НЫЕ ФУНКЦИИ И МНОЖЕСТВА.....	73
§1. Недифференцируемые функции: краткая история	
возникновения	73
§2. Классы недифференцируемых функций	76
§3. Множества первой и второй категории по Бэру	80
§4. Интегралы и производные дробного порядка: краткая	
историческая справка	85
§5. Интегральное уравнение Абеля	89
§6. Интегралы и производные во фрактальной геометрии	97
§7. Физическая интерпретация дробных операторов	104
Контрольные вопросы	109
Рекомендуемая литература	109

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ.....	110
§1. Вводные замечания.....	110
§2. Основные понятия теории множеств	112
§3. Пространства, классы и алгебры в теории вероятности	118
§4. Меры и интегралы	123
§5. Вероятности	130
§6. Случайные процессы	141
§7. Распределения случайной функции.....	143
§8. Инфинитезимальные операторы переходных функций	157
Контрольные вопросы	161
Рекомендуемая литература	161
Глава 4. МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ	162
§1. Марковские процессы и марковские семейства	162
§2. Элементы теории групп	171
§3. Диффузионные процессы	181
§4. Результаты Колмогорова. Прямое и обратное уравнения Колмогорова	193
Контрольные вопросы	200
Рекомендуемая литература	201
Глава 5. БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ	202
§1. Вводные замечания.....	202
§2. Линейное (одномерное) броуновское движение	204
§3. Траектория линейного броуновского движения	213
§4. Кривая плоского броуновского движения	215
§5. Некоторые основные теоремы для кривой плоского броуновского движения	224
§6. Замыкание плоской броуновской кривой C	227
§7. Броуновское движение в пространстве	233
§8. Процесс Орнштейна – Уленбека.....	234
§9. Обобщенное (фрактальное) броуновское движение	239
§10. Некоторые важные примеры процессов обобщенного броуновского движения	244
§11. Моделирование обобщенного броуновского движения.....	247
§12. Самоаффинность фрактальной броуновской функции	255
§13. Функция Вейерштрасса – Мандельброта	261

§14. Фурье-анализ фрактального броуновского движения	262
§15. Спектр обобщенного броуновского движения	264
Контрольные вопросы	266
Рекомендуемая литература	267

Глава 6. ТРАНСПОРТНЫЕ ПРОЦЕССЫ ВО ФРАКТАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ	268
§1. Устойчивые распределения	268
§2. Аномальная диффузия	280
§3. Супердиффузия и строго устойчивые распределения	281
§4. Кинетические уравнения	283
§5. Функция Фокса и процессы во фрактальных средах	287
§6. Волновое уравнение во фрактальных средах	291
§7. Стохастические процессы с операторами дробных порядков.....	292
§8. Решение уравнения Ланжевена общего вида.....	301
Контрольные вопросы	311
Рекомендуемая литература	311

ГЛАВА 7. ОПЕРАТОРЫ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ В ФИЗИКЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ.....	312
§1. Вводные замечания.....	312
§2. Математический формализм.....	316
§3. Некоторые важные распределения.....	326
§4. Уравнение Фоккера – Планка дробного порядка.....	334
§5. Сравнение с экспериментом.....	337
Контрольные вопросы	345
Рекомендуемая литература	345

ГЛАВА 8. ФЕМТОСКОПИЯ И УСТОЙЧИВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.....	346
§1. Метод интерферометрии.....	346
§2. Метод НВТ в физике микромира.....	355
§3. Системы координат.....	365
§4. Физическая интерпретация параметров источника.....	375
§5. Метод фемтоскопии в эксперименте.....	378
§6. Корреляционный пик и устойчивые распределения.....	379

§7. Корреляционная функция в случае одномерных устойчивых распределений.....	381
§8. Устойчивые распределения многих переменных и геометрия источника.....	387
§9. Устойчивые распределения для расширяющихся источников.....	391
§10. Устойчивые распределения и трехчастичные бозе-эйнштейновские корреляции.....	393
§11. Устойчивые распределения: сравнение с экспериментальными данными.....	398
§12. Некоторые выводы.....	402
Контрольные вопросы	403
Рекомендуемая литература	404
Приложение 1. Определение параметров КХД в экспериментах по ГНР.....	405
Приложение 2. Интегрирование дробных порядков	407
Приложение 3. Аналитический аппарат теории вероятностей ..	412
Приложение 4. Нормальное распределение.....	416
Приложение 5. Теоремы Хинчина и Леви	422
Приложение 6. Уравнение Ланжевена	426
Приложение 7. Интегральные преобразования.....	427
УПРАЖНЕНИЯ	437
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	442