

УДК 629.783

Оценка геометрического фактора для наземного потребителя системы ГЛОНАСС с высокоэллиптическим дополнением

С. И. Ватутин

к. т. н., АО «Российские космические системы»

e-mail: otd0943_vsi@mail.ru

Аннотация. Разработаны модели движения группировки 24 КА ГЛОНАСС и 6 КА высокоэллиптического дополнения на орбитах типа «Тундра» и QZSS. На языке MathCAD разработаны программы расчета геометрического фактора влияния на точность измерений координат потребителя в различных географических пунктах по навигационным КА. Проведено сравнение геометрических факторов для группировки только из КА ГЛОНАСС с группировкой из 24 КА ГЛОНАСС и 6 КА на высокоэллиптических орбитах. Показано, что высокоэллиптическое дополнение системы ГЛОНАСС снижает геометрический фактор на 20–30 % при работе по 10–20-градусной зоне видимости и существенно улучшает геометрический фактор при работе в горных и городских условиях. Результаты работы могут быть использованы при проектировании высокоэллиптического дополнения системы ГЛОНАСС.

Ключевые слова: геометрический фактор, высокоэллиптическая орбита, модель движения, группировка

Estimation of Geometric Factor for a User of GLONASS System with Highly Elliptical Augmentation

S. I. Vatutin

candidate of engineering science, Joint Stock Company “Russian Space Systems”

e-mail: otd0943_vsi@mail.ru

Abstract. Movement patterns of 24 GLONASS spacecraft and 6 highly elliptical augmentation spacecraft on the Tundra and QZSS orbits are generated. The programs for calculating the influence of geometric factor on the measurement accuracy of user coordinates in various geographical points by navigation spacecraft are developed in MathCAD. Moreover, a comparison of the geometric factors for the GLONASS constellation including 24 spacecraft and 6 spacecraft on highly elliptical orbits is made. It is shown that a highly elliptical augmentation of the GLONASS system reduces the geometric factor by 20–30 % during the operation within 10–20 degrees field of view and significantly improves the geometric factor during the work in mountainous and urban environment. The results obtained can be used in designing a highly elliptical augmentation for the GLONASS system.

Keywords: geometric factor, highly elliptical orbit, movement pattern, constellation

Настоящая работа посвящена сравнительной оценке «чистой» системы ГЛОНАСС из 24 навигационных космических аппаратов (НКА) с системой ГЛОНАСС из 24 НКА с высокоэллиптическим дополнением из 6 НКА по показателю геометрический фактор, который, как известно из теории [1], является коэффициентом пропорциональности между среднеквадратической ошибкой определения координат и среднеквадратической ошибкой определения дальностей:

$$\sigma_{\text{п}} = K_{\text{гп}} \cdot \sigma_{\text{дал}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{дал}}$ — среднеквадратическое отклонение по дальности $\sigma_{\text{п}}$ — среднеквадратическое отклонение в пространстве, $K_{\text{гп}}$ — коэффициент геометрии пространственный (геометрический фактор пространственный).

Таким образом, геометрический фактор определяет точность расчета координат потребителя при заданной точности измерения псевдодальностей и может служить показателем при сравнении различных беззапросных навигационных систем.

Пространственный геометрический фактор $K_{\text{гп}}$ вычисляется по формуле [2]:

$$K_{\text{гп}} = \sqrt{D_{xx} + D_{yy} + D_{zz}}, \quad (2)$$

где D_{xx} , D_{yy} , D_{zz} — первые три диагональных элемента квадратной четырехмерной матрицы D :

$$D = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} & D_{xb} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} & D_{yb} \\ D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} & D_{zb} \\ D_{bx} & D_{by} & D_{bz} & D_{bb} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

которая в свою очередь вычисляется на основе градиентной матрицы координат навигационных спутников H по формуле [1]:

$$D = (H^T \cdot H)^{-1}. \quad (4)$$

Наконец, градиентная матрица H вычисляется по формуле:

$$H = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha_1) & -\cos(\beta_1) & -\cos(\gamma_1) & 1 \\ -\cos(\alpha_2) & -\cos(\beta_2) & -\cos(\gamma_2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos(\alpha_N) & -\cos(\beta_N) & -\cos(\gamma_N) & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где α_i , β_i , γ_i — углы линии визирования (потребитель — i -й НКА) относительно осей координат x ,

y , z . N — количество видимых потребителем НКА. Направляющие косинусы определяются соотношениями:

$$\cos(\alpha_i) = \frac{x_i - x_{\text{п}}}{R_{i,\text{п}}}, \quad (6)$$

$$\cos(\beta_i) = \frac{y_i - y_{\text{п}}}{R_{i,\text{п}}}, \quad (7)$$

$$\cos(\gamma_i) = \frac{z_i - z_{\text{п}}}{R_{i,\text{п}}}, \quad (8)$$

$$R_{i,\text{п}} = \sqrt{(x_i - x_{\text{п}})^2 + (y_i - y_{\text{п}})^2 + (z_i - z_{\text{п}})^2}. \quad (9)$$

Здесь x_i , y_i , z_i — координаты i -го НКА, $x_{\text{п}}$, $y_{\text{п}}$, $z_{\text{п}}$ — координаты потребителя навигационных измерений.

Отметим, что независимо от количества видимых НКА произведение транспонированной и исходной матрицы ($H^T \cdot H$) дает квадратную матрицу 4×4 . Кроме того, нулевые строки в исходной градиентной матрице H не влияют на результат вычислений. Поэтому для удобства вычисления геометрического фактора при реально изменяющемся количестве видимых НКА можно использовать градиентную матрицу с фиксированным числом строк, равным общему количеству НКА, в которой строки, соответствующие невидимым потребителю НКА, являются нулевыми.

Итак, для оценки геометрического фактора необходимо знать координаты потребителя и видимых потребителем НКА, причем в топоцентрической системе координат. Поскольку для оценки геометрического фактора не требуется высокой точности расчетов, то для определения координат НКА будем использовать модели движения КА в центральном поле Земли, а при переходе к топоцентрическим координатам учтем сжатие Земли с полюсов в соответствии с моделью поля (2, 0).

Топоцентрические координаты НКА получим из гринвичских координат, которые, в свою очередь, получим путем пересчета из абсолютных координат НКА.

Для расчета координат НКА используем методику, изложенную в работе [3].

Расчет зависимости координат КА от текущего времени t в абсолютной системе координат проведем через зависимость от истинной аномалии, которая, в свою очередь, зависит от эксцентрической

аномалии E , связанной с текущим временем через уравнение Кеплера:

$$E = e \cdot \sin E + \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_{\text{п}}). \quad (10)$$

Здесь μ — гравитационный параметр, который для Земли равен $3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$;

$t_{\text{п}}$ — время прохождения перигея;

a — большая полуось орбиты, рассчитывается по формуле

$$a = \sqrt[3]{\mu \cdot \left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2}, \quad (11)$$

где T — период обращения КА, относится к исходным данным;

e — эксцентриситет орбиты, рассчитывается по формуле

$$e = \frac{r_a - r_{\text{п}}}{2 \cdot a} = \frac{h_a - h_{\text{п}}}{2 \cdot R_{\text{ср}} + h_a + h_{\text{п}}}, \quad (12)$$

где r_a — радиус апогея; $r_{\text{п}}$ — радиус перигея; h_a — высота апогея; $h_{\text{п}}$ — высота перигея; $R_{\text{ср}}$ — средний радиус Земли, $R_{\text{ср}} = 6371 \text{ км}$, причем высота перигея $h_{\text{п}}$ относится к исходным данным, а высота апогея h_a вычисляется по формуле

$$h_a = 2 \cdot a - 2 \cdot R_{\text{ср}} - h_{\text{п}}, \quad (13)$$

$$r_a = R_{\text{ср}} + h_a, \quad (14)$$

$$r_{\text{п}} = R_{\text{ср}} + h_{\text{п}}. \quad (15)$$

Уравнение Кеплера (10) в соответствии с рекомендациями [3] будем решать итерационно в соответствии с выражением

$$E_n = e \cdot \sin E_{n-1} + \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_{\text{п}}). \quad (16)$$

В качестве первого приближения примем

$$E_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_{\text{п}}). \quad (17)$$

При решении уравнения Кеплера использована следующая подпрограмма на MathCAD:

$$\text{Ean}(\mu, a, t, t_{\text{п}}, E) := \begin{cases} E_0 \leftarrow \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_{\text{п}}) \\ E_1 \leftarrow E_0 \\ E_2 \leftarrow 0 \\ \text{while } E_2 \neq E_1 \\ \quad E_2 \leftarrow E_0 + \text{eks} \cdot \sin(E_1) \\ \quad E_1 \leftarrow E_2 \\ E \leftarrow E_2 \\ E \end{cases}$$

Истинная аномалия θ связана с эксцентрической аномалией E выражениями [3, с. 202]:

$$\theta = \delta + 2 \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \text{tg} \frac{E^*}{2} \right), \quad (18)$$

где

$$E^* = \begin{cases} E, & \text{если } E \leq \pi, \\ E - 2\pi, & \text{если } E > \pi, \end{cases} \quad (19)$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } E \leq \pi, \\ 2\pi, & \text{если } E > \pi. \end{cases} \quad (20)$$

С истинной аномалией θ , большой полуосью a и эксцентриситетом e связано расстояние от центра Земли до КА:

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \theta}. \quad (21)$$

Наконец, координаты КА в абсолютной системе координат определим в соответствии с выражениями [3, с. 202]:

$$x = r \cdot [(\cos \omega_{\text{п}} \cdot \cos \Omega - \sin \Omega \cdot \sin \omega_{\text{п}} \cdot \cos i) \cdot \cos \theta - (\sin \omega_{\text{п}} \cdot \cos \Omega + \cos \omega_{\text{п}} \cdot \sin \Omega \cdot \cos i) \cdot \sin \theta], \quad (22)$$

$$y = r \cdot [(\cos \omega_{\text{п}} \cdot \sin \Omega + \sin \omega_{\text{п}} \cdot \cos \Omega \cdot \cos i) \cdot \cos \theta + (-\sin \omega_{\text{п}} \cdot \cos \Omega + \cos \omega_{\text{п}} \cdot \sin \Omega \cdot \cos i) \cdot \sin \theta], \quad (23)$$

$$z = r \cdot (\sin \omega_{\text{п}} \cdot \cos \theta + \cos \omega_{\text{п}} \cdot \sin \theta) \cdot \sin i. \quad (24)$$

Здесь $\omega_{\text{п}}$ — аргумент перигея; Ω — долгота восходящего узла; i — наклонение плоскости орбиты к плоскости экватора — относятся к исходным данным.

В абсолютной системе координат $OXYZ$ с началом в центре Земли ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ совпадает с осью вращения Земли и направлена в сторону Северного полюса, ось OY дополняет систему до правой.

Координаты КА в гринвичской системе рассчитаем по формулам:

$$x_{\text{г}} = x \cdot \cos(S_0 + \omega_3 \cdot t) + y \cdot \sin(S_0 + \omega_3 \cdot t), \quad (25)$$

$$y_{\text{г}} = -x \cdot \sin(S_0 + \omega_3 \cdot t) + y \cdot \cos(S_0 + \omega_3 \cdot t), \quad (26)$$

$$z_{\text{г}} = z. \quad (27)$$

Здесь ω_3 — угловая скорость вращения Земли, $7,2921158 \cdot 10^{-5}$ радиан/с; S_0 — звездное время, в расчетах принято равным нулю, $S_0 = 0$.

В гринвичской системе координат $OX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$ с началом в центре Земли ось OX_{Γ} совпадает с линией пересечения плоскости гринвичского меридиана и плоскости экватора, ось OZ_{Γ} совпадает с осью вращения Земли и направлена в сторону Северного полюса, ось OY_{Γ} дополняет систему до правой.

Переход от гринвичской системы координат $OX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$ к топоцентрической $OX_TY_TZ_T$ с началом в точке расположения потребителя на поверхности Земли, осью NY_T , направленной на север по касательной к меридиану, осью NZ_T , направленной по внешней нормали к земному эллипсоиду, и осью OX_T , дополняющей систему до правой, осуществляется путем использования известных соотношений [3, с. 202]:

$$\begin{pmatrix} y_T \\ z_T \\ x_T \end{pmatrix} = \|\Lambda\| \cdot \begin{pmatrix} x_{\Gamma} - x_N \\ y_{\Gamma} - y_N \\ z_{\Gamma} - z_N \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где

$$\|\Lambda\| = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_N \cdot \cos \lambda_N & -\sin \varphi_N \cdot \sin \lambda_N & \cos \varphi_N \\ \cos \varphi_N \cdot \cos \lambda_N & \cos \varphi_N \cdot \sin \lambda_N & \sin \varphi_N \\ -\sin \lambda_N & \cos \lambda_N & 0 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

гринвичские координаты точки наблюдения:

$$x_N = \left(\frac{R_3}{B_N} + H_N \right) \cdot \cos \varphi_N \cdot \cos \lambda_N, \quad (30)$$

$$y_N = \left(\frac{R_3}{B_N} + H_N \right) \cdot \cos \varphi_N \cdot \sin \lambda_N, \quad (31)$$

$$z_N = \left(\frac{R_3(1 - \alpha)^2}{B_N} + H_N \right) \cdot \sin \varphi_N, \quad (32)$$

где

$$B_N = \sqrt{1 - \alpha \cdot (2 - \alpha) \cdot (\sin \varphi_N)^2}. \quad (33)$$

Здесь α — коэффициент сжатия земного референц-эллипсоида, $\alpha = 1/298,25$; φ_N , λ_N — широта и долгота наблюдателя; R_3 — радиус Земли на экваторе.

КА ГЛОНАСС равномерно размещены в трех плоскостях по 8 КА в каждой. Аргументы широты соседних КА ГЛОНАСС в одной плоскости отличаются на 45° . КА разных плоскостей проходят перигей равномерно во времени. Аргументы широты последовательно проходящих перигей КА ГЛОНАСС

разных плоскостей отличаются на 15° . Промежуток времени между прохождением перигея КА в группировке ГЛОНАСС рассчитан по формуле:

$$\Delta T_{\text{ГЛП}} = T_{\text{ГЛ}}/24 = 40\,544/24 = 1689,33 \dots \text{ с}, \quad (34)$$

где $T_{\text{ГЛ}} = 40\,544$ с — период обращения КА ГЛОНАСС.

КА на высоких эллиптических орбитах (ВЭО) объединены в две группы по 3 КА так, что каждая группа образует один и тот же след (трассу) подспутниковой точки на поверхности Земли. Углом на параметре двух трасс соответствуют долготы 60° и 120° , как показано на рис. 1 для геосинхронной ВЭО типа «Тундра» и на рис. 2 для геосинхронной ВЭО типа QZSS. Такое размещение трасс делит территорию России примерно на три равные части и позволяет совместить плоскости двух групп КА, что даст возможность запускать сразу 2 КА одной ракетой-носителем в одну плоскость.

Промежуток времени между прохождением перигея КА в группировке ВЭО рассчитан по формуле

$$\Delta T_{\text{грВЭОп}} = T_{\text{ВЭО}}/6 = 86\,164/6 = 14\,360,66 \dots \text{ с}, \quad (35)$$

где $T_{\text{ВЭО}} = 86\,164$ с — период обращения КА на ВЭО.

Промежуток времени между прохождением перигея КА в одной плоскости ВЭО рассчитан по формуле

$$\Delta T_{\text{плВЭОп}} = T_{\text{ВЭО}}/3 = 86\,164/3 = 28\,721,33 \dots \text{ с}. \quad (36)$$

Через перигей последовательно проходят КА двух разных групп КА на ВЭО.

В табл. 2 представлены начальные значения времени прохождения перигея для группировки КА ГЛОНАСС, а в табл. 3 — для группировки КА на ВЭО.

Отметим, что начальное время перигея КА на ВЭО поставлено посередине периода между прохождением перигея первыми двумя КА в группировке ГЛОНАСС.

Орбиты КА системы ГЛОНАСС и дополнения ВЭО представлены на рис. 3, а для ВЭО типа «Тундра» и на рис. 3, б для ВЭО типа QZSS. Внешне обе конфигурации очень похожи. Только при внимательном рассмотрении можно убедиться, что в полном соответствии с параметрами табл. 1 орбита типа QZSS ближе к круговой, чем орбита типа «Тундра».

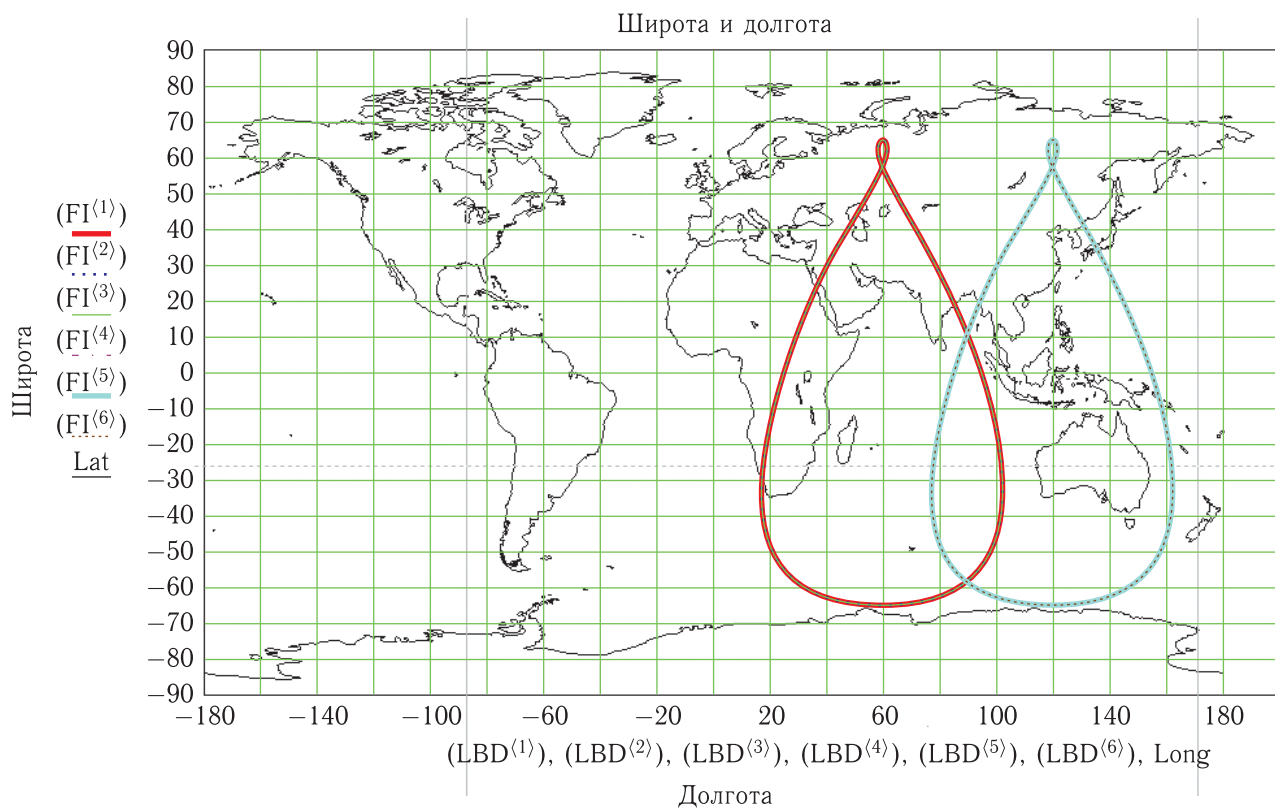


Рис. 1. Трассы подспутниковых точек КА ВЭО типа «Тундра»

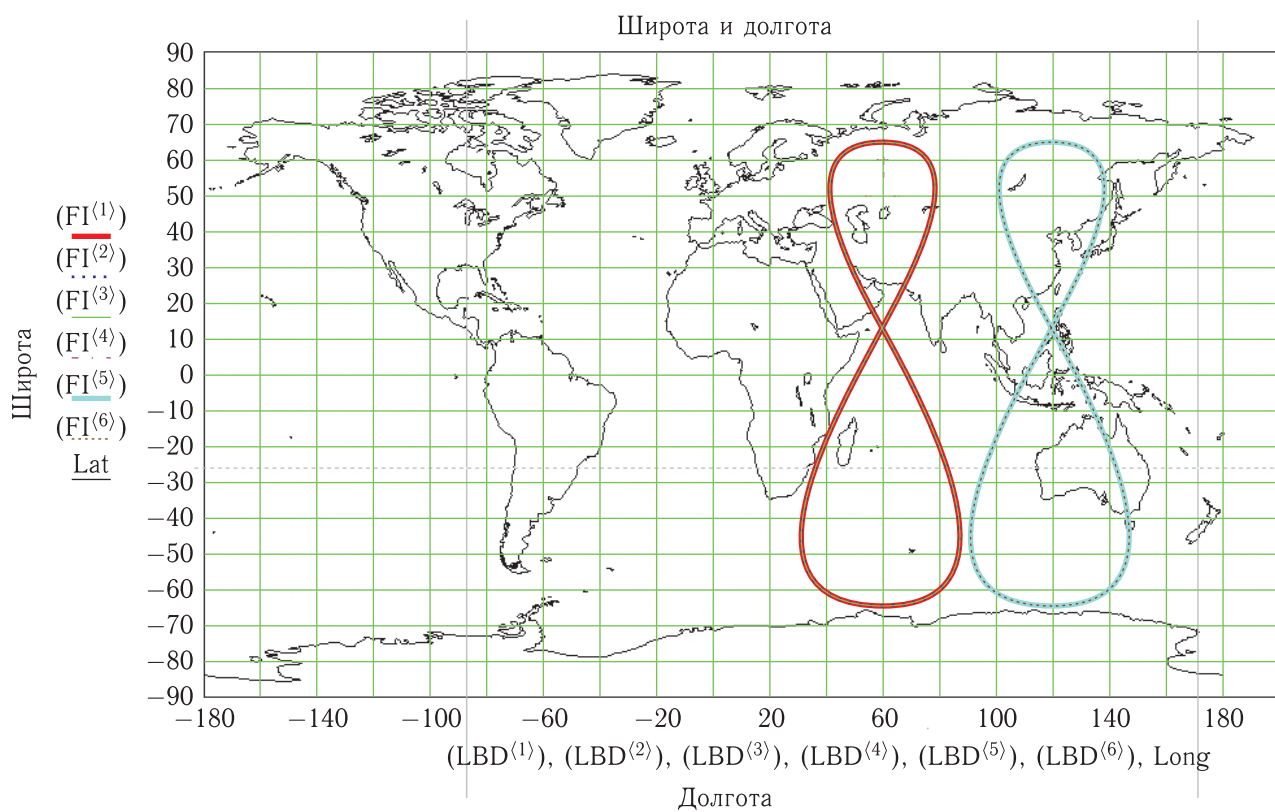


Рис. 2. Трассы подспутниковых точек КА ВЭО типа QZSS

Таблица 1. Параметры модели группировок КА ГЛОНАСС и ВЭО

| Группировка \ Параметр | ГЛОНАСС | ВЭО | |
|------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| | | «Тундра» | QZSS |
| Количество КА в группировке | 24 | 6 | 6 |
| Количество плоскостей | 3 | 3 | 3 |
| Количество КА в плоскости | 8 | 2 | 2 |
| Количество групп КА с одним следом | – | 2 | 2 |
| Количество КА в группе | – | 3 | 3 |
| Наклонение | 64,8° | 64,8° | 64,8° |
| Период обращения | 11 ч 15 мин 44 с | 23 ч 56 мин 04 с | 23 ч 56 мин 04 с |
| Высота перигея | 19 100 км | 21 888,441 км | 32 766,442 |
| Высота апогея | 19 174 км | 49 697,839 км | 38 819,838 км |
| Большая полуось | 25 508,039 км | 42 164,140 км | 42 164,140 км |
| Малая полуось | 25 508,012 км | 39 805,453 км | 42 055,366 км |
| Эксцентриситет | 0,00145 | 0,330 | 0,07178 |
| Фокальный параметр | 25 507,985 км | 37 578,711 км | 41 946,872 км |
| Аргумент перигея | 270° | 270° | 270° |
| Долгота восходящего узла: | | | |
| 1-я плоскость | 251° 15' | – | – |
| 2-я плоскость | 11° 15' | – | – |
| 3-я плоскость | 131° 15' | – | – |
| 1-я группа: | | | |
| 1-й КА | | 153° | 153° |
| 2-й КА | | 11° | 11° |
| 3-й КА | | –87° | –87° |
| 2-я группа: | | | |
| 1-й КА | | 153° | 153° |
| 2-й КА | | 11° | 11° |
| 3-й КА | | –87° | –87° |

КА_{*i*} виден для наблюдателя на поверхности Земли, если угол между направлениями от наблюдателя на КА_{*i*} и в зенит меньше угла между направлениями от наблюдателя на возвышение зоны радиовидимости и в зенит, то есть соблюдается условие:

$$\cos(\text{КА}_i - N - Z_T) > \cos(90^\circ - \Phi_{\text{ЗРВ}}), \quad (37)$$

где $\Phi_{\text{ЗРВ}}$ — угол возвышения зоны радиовидимости. В свою очередь косинус угла между двумя векторами равен сумме произведений их направляющих косинусов, то есть

$$\cos(\text{КА}_i - N - Z_T) = \cos(\alpha_{iT}) \cdot e_{xT} + \cos(\beta_{iT}) \cdot e_{yT} + \cos(\gamma_{iT}) \cdot e_{zT}, \quad (38)$$

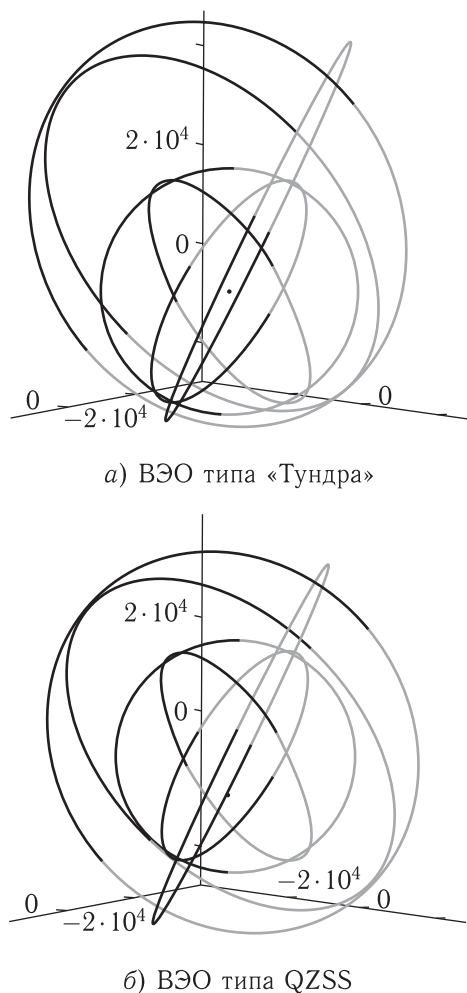


Рис. 3. Орбиты КА системы ГЛОНАСС и дополнения ВЭО

где e_{xT} , e_{yT} и e_{zT} — проекции единичного нормального вектора в точке наблюдения в топоцентрической системе координат, равные соответственно 0, 0, 1. Таким образом,

$$\cos(KA_i - N - Z_T) = \cos(\gamma_{iT}) = \frac{z_{iT}}{\sqrt{(x_{iT})^2 + (y_{iT})^2 + (z_{iT})^2}}. \quad (39)$$

Сущность моделирования состоит в расчете на заданном интервале времени с заданным временным шагом массивов координат всех видимых КА обеих группировок по формулам (10)–(33) с последующим расчетом по формулам (2)–(9) массивов значений геометрического фактора.

На рис. 4–6 приведены на 60-часовом интервале времени графики количества видимых

Таблица 2. Начальное время перигея для группировки КА ГЛОНАСС

| № плоскости | № КА в плоскости | № позиции в системе | Время перигея, с |
|-------------|------------------|---------------------|------------------|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 3 | –5068 |
| 1 | 3 | 6 | –10 136 |
| 1 | 4 | 9 | –15 204 |
| 1 | 5 | 12 | –20 272 |
| 1 | 6 | 15 | –25 310 |
| 1 | 7 | 18 | –30 408 |
| 1 | 8 | 21 | –35 476 |
| 2 | 1 | 1 | –1689, 33 ... |
| 2 | 2 | 4 | –6757, 33 ... |
| 2 | 3 | 7 | –11 825, 33 ... |
| 2 | 4 | 10 | –16 893, 33 ... |
| 2 | 5 | 13 | –21 961, 33 ... |
| 2 | 6 | 16 | –27 029, 33 ... |
| 2 | 7 | 19 | –32 097, 33 ... |
| 2 | 8 | 22 | –37 165, 33 ... |
| 3 | 1 | 2 | –3378, 66 ... |
| 3 | 2 | 5 | –8446, 66 ... |
| 3 | 3 | 8 | –13 514, 66 ... |
| 3 | 4 | 11 | –18 582, 66 ... |
| 3 | 5 | 14 | –23 650, 66 ... |
| 3 | 6 | 17 | –28 718, 66 ... |
| 3 | 7 | 20 | –33 786, 66 ... |
| 3 | 8 | 23 | –38 854, 66 ... |

Таблица 3. Начальное время перигея для группировки КА на ВЭО

| № группы | № КА в группе | № позиции в системе | Время перигея, с |
|----------|---------------|---------------------|------------------|
| 1 | 1 | 0 | 845 |
| 1 | 2 | 2 | –27 876, 33 ... |
| 1 | 3 | 4 | –56 597, 66 ... |
| 2 | 1 | 1 | –13 515, 66 ... |
| 2 | 2 | 3 | –42 237 |
| 2 | 3 | 5 | –70 958, 33 ... |

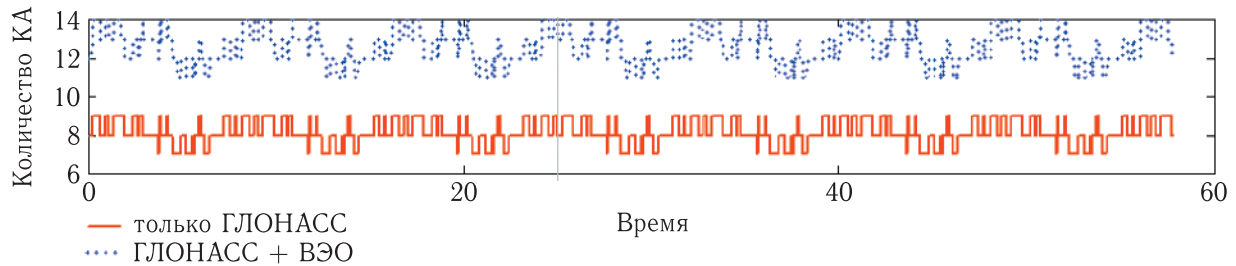


Рис. 4. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7° для ВЭО типа «Тундра»

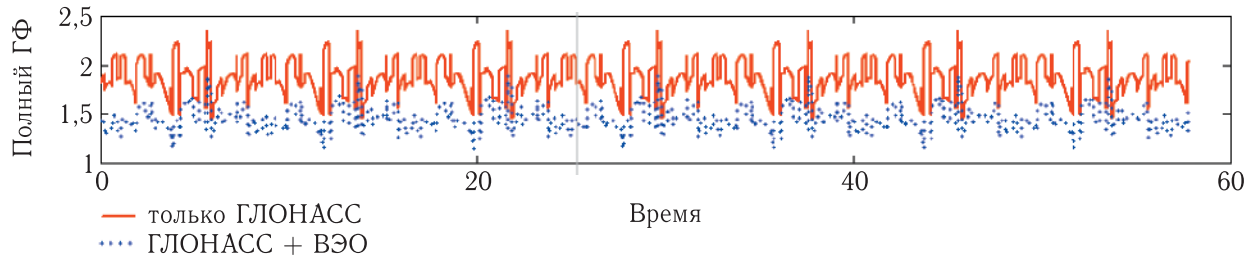


Рис. 5. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7° для ВЭО типа «Тундра»

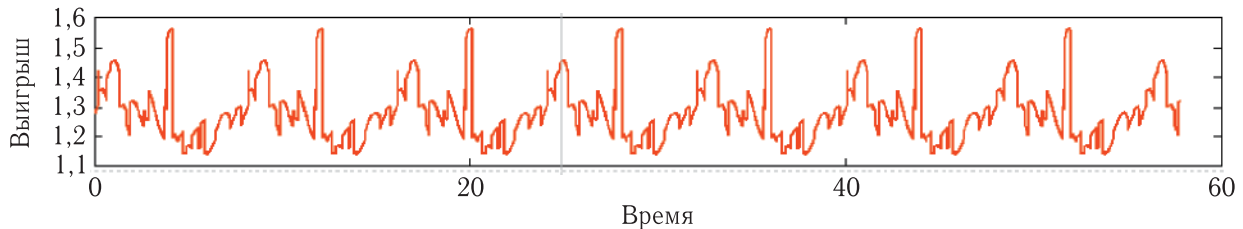


Рис. 6. Выигрыш системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа «Тундра» по сравнению с «чистой» системой ГЛОНАСС для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7°

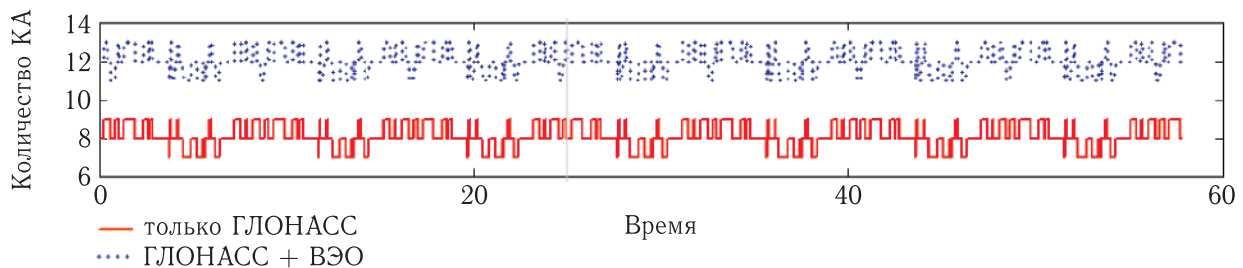


Рис. 7. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7° для ВЭО типа QZSS

КА ГЛОНАСС (сплошная линия) и суммарного числа видимых КА ГЛОНАСС и ВЭО (пунктирная линия), соответствующих геометрических факторов и выигрыша в геометрическом факторе группировки КА ГЛОНАСС с дополнением КА ВЭО для ЗРВ 7° для наблюдателя в Барнауле и ВЭО типа «Тундра».

Для наблюдателя в Барнауле при дополнении на ВЭО типа «Тундра» максимальный выигрыш (макс. Вгр) = 1,56; минимальный (мин. Вгр) = 1,14; средний (ср. Вгр) = 1,28; среднеквадратическое отклонение с.к.о. Вгр) = 0,09.

На рис. 7–9 приведены аналогичные графики для дополнения на ВЭО типа QZSS.

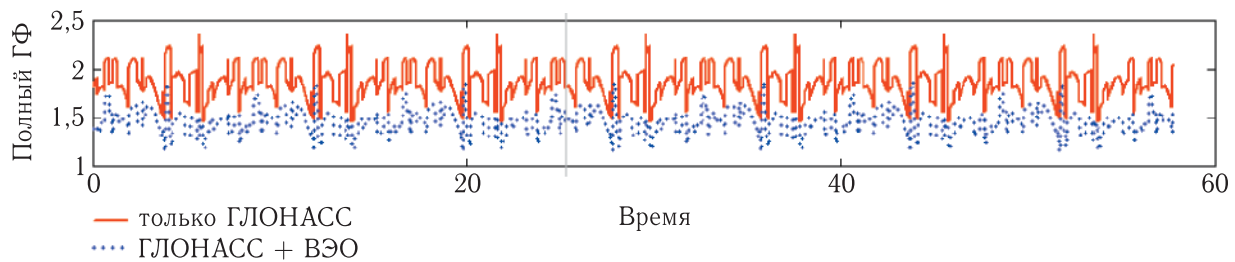


Рис. 8. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7° для ВЭО типа QZSS

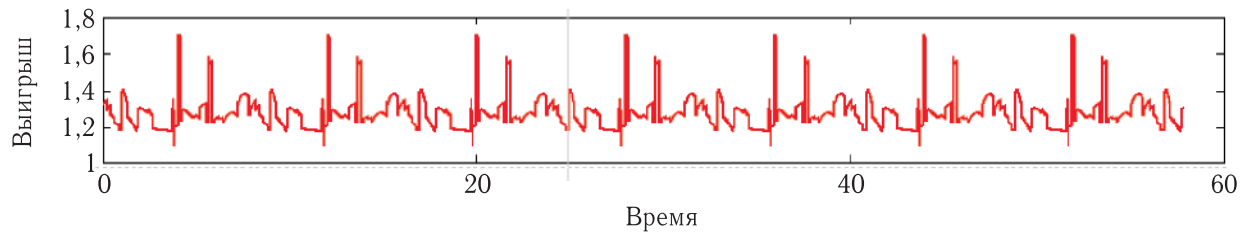


Рис. 9. Выигрыш системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS по сравнению с «чистой» системой ГЛОНАСС для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 7°

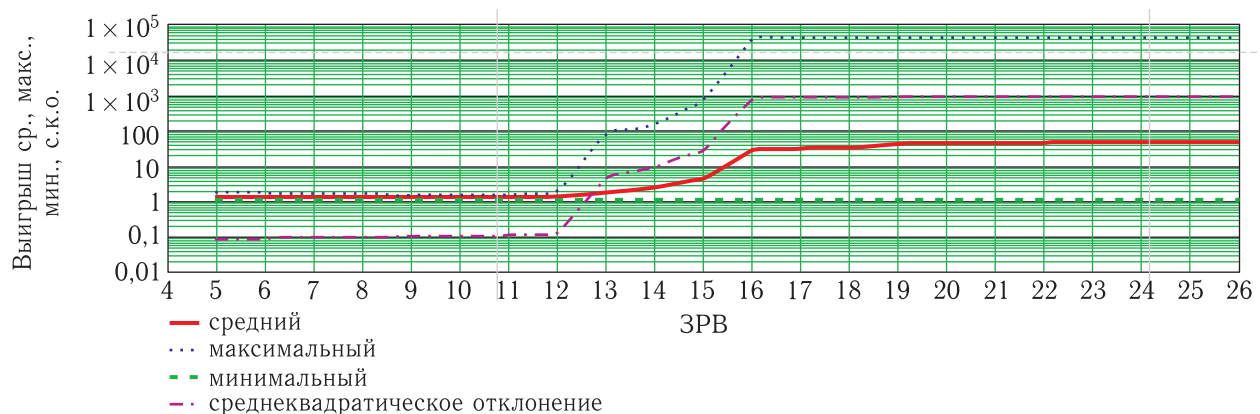


Рис. 10. Среднее значение, максимум, минимум и среднеквадратическое отклонение выигрыша системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS по сравнению с «чистой» системой ГЛОНАСС для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при изменении возвышения ЗРВ

Здесь макс. Вгр = 1,71; мин. Вгр = 1,09; ср. Вгр = 1,28; с.к.о. Вгр = 0,095.

Сопоставляя оценки геометрического фактора для ВЭО «Тундра» и QZSS, видим, что их средний выигрыш одинаков, то есть по показателю среднего выигрыша по геометрическому фактору оба типа дополнения практически равнозначны. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только ВЭО типа QZSS, которая считается более устойчивой по сравнению с ВЭО типа «Тундра».

На рис. 10 в логарифмическом масштабе представлены зависимости среднего, максимального, минимального и среднеквадратического отклонения выигрыша от угла возвышения ЗРВ. Анализ представленных зависимостей показывает, что указанные характеристики выигрыша сравнительно мало изменяются до тех пор, пока возвышения зоны радиовидимости не начинают приближаться к некоторому критическому значению, которое для наблюдателя в Барнауле составляет 12° .

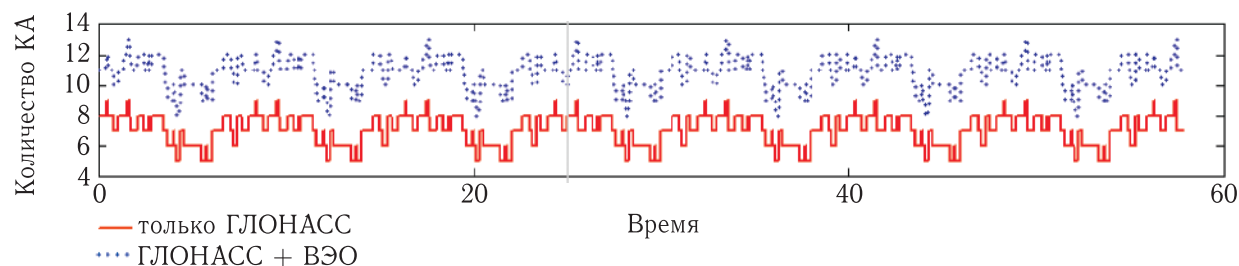


Рис. 11. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 12° для ВЭО типа QZSS

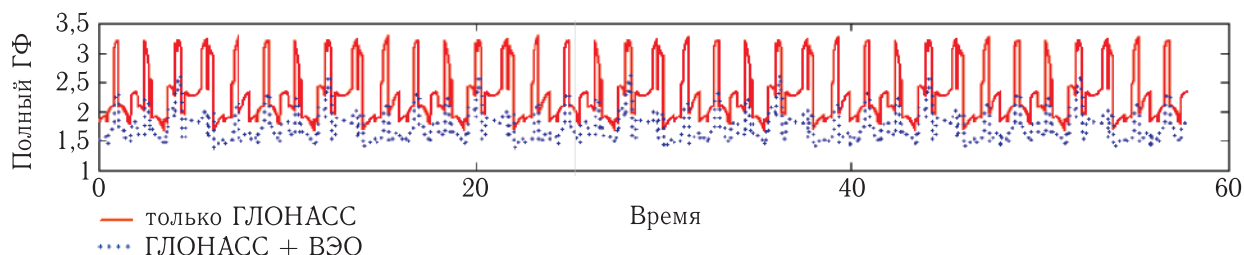


Рис. 12. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 12° для ВЭО типа QZSS

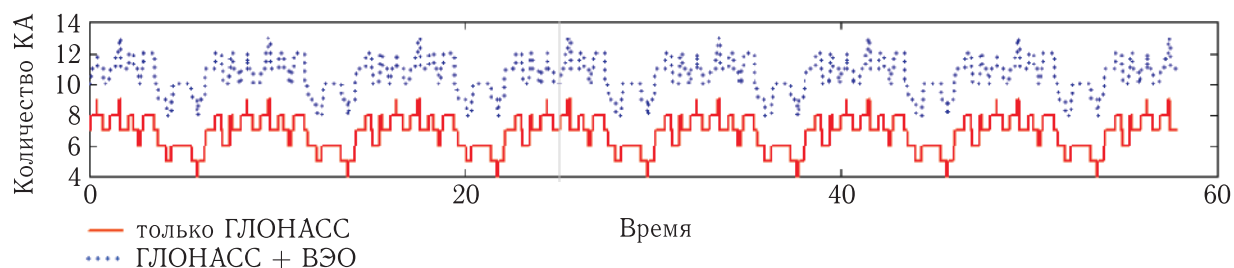


Рис. 13. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 13° для ВЭО типа QZSS

После этого среднее, максимальное значения выигрыша, а также его среднеквадратическое отклонение с увеличением угла возвышения ЗРВ начинают быстро расти и входят в насыщение при углах возвышения порядка 16° , что является вторым критическим значением. Чем это обусловлено?

Как показано на рис. 11 и 13, при переходе угла возвышения ЗРВ через 1-е критическое значение появляются промежутки времени, когда количество видимых КА ГЛОНАСС падает до четырех, причем в эти промежутки времени геометрический фактор для наблюдателя КА «чистой» системы ГЛОНАСС резко ухудшается (см. рис. 12 и 14, 15), а выигрыш системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО также резко возрастает (см. рис. 16).

Далее, при втором критическом значении возвышения зоны радиовидимости в 16° максималь-

ное значение и СКО выигрыша входят в насыщение, а среднее значение выигрыша продолжает медленно расти вплоть до 3-го критического значения возвышения зоны радиовидимости в 26° . Насыщение объясняется тем, что в некоторый кратковременный период сложилось такое неблагоприятное расположение КА, которое проявилось при увеличении возвышения ЗРВ, когда уходит «хороший» низко расположенный КА, а остальные кратковременно лежат почти в одной плоскости. Графики полного геометрического фактора и выигрыша системы с дополнением ВЭО на пределе этого участка представлены на рис. 18 и 19 соответственно.

Как видим из сопоставления графиков на рис. 13, 14, 15 и рис. 17, 18 при снижении на отдельных временных интервалах количества

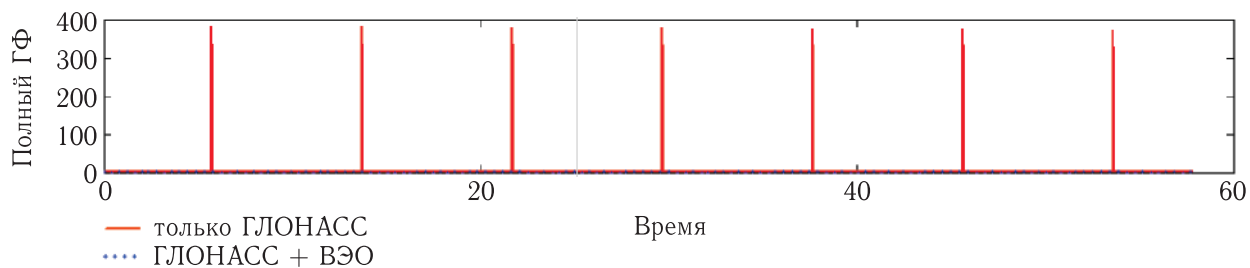


Рис. 14. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 13° для ВЭО типа QZSS, линейный масштаб

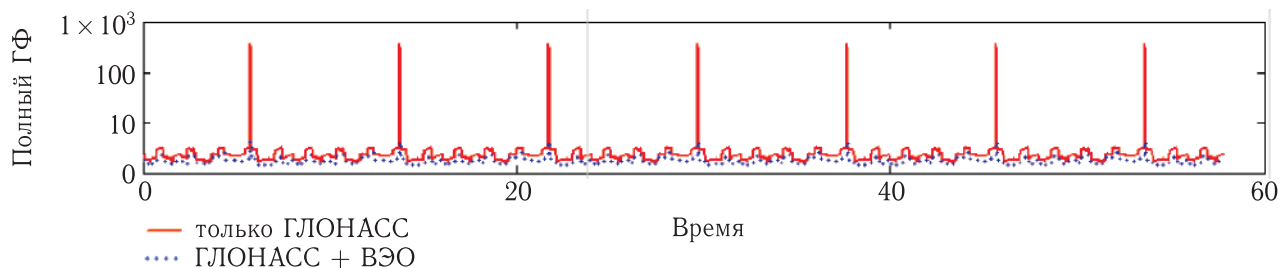


Рис. 15. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 13° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

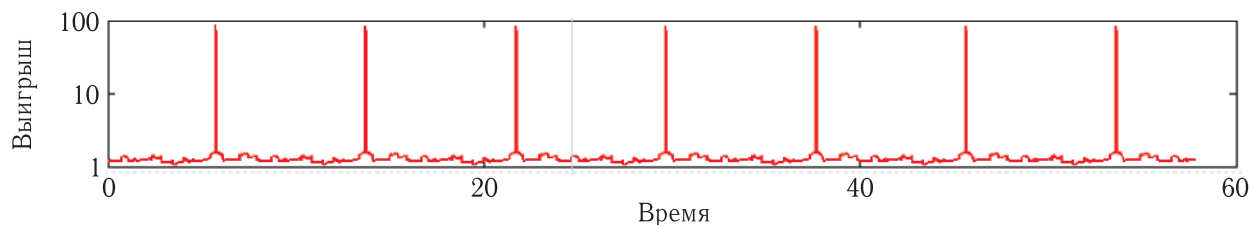


Рис. 16. Выигрыш системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS по сравнению с «чистой» системой ГЛОНАСС для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 13°

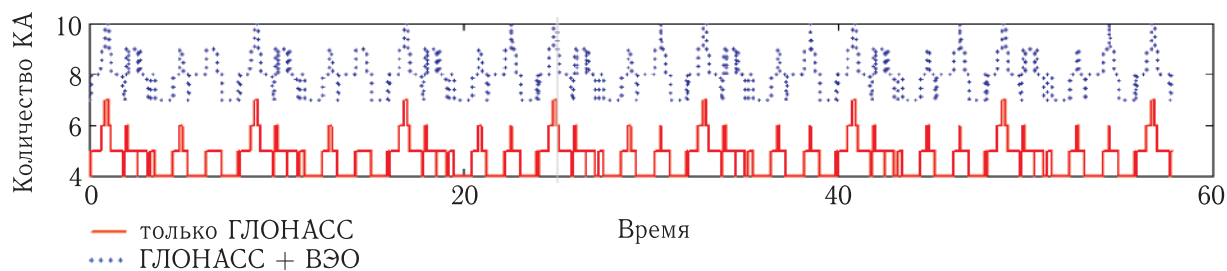


Рис. 17. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 26° для ВЭО типа QZSS

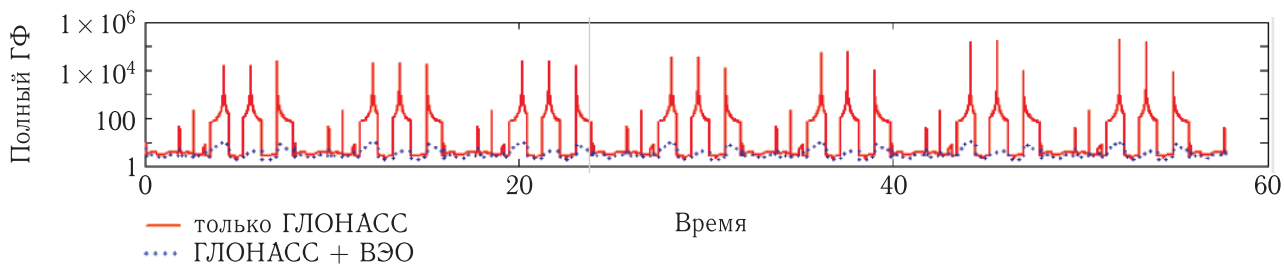


Рис. 18. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 26° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

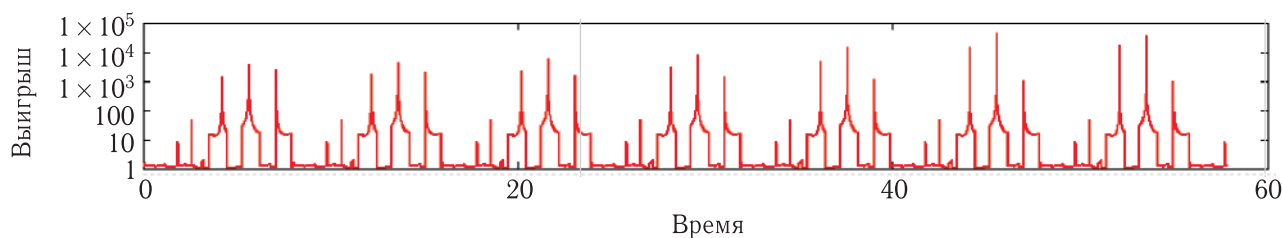


Рис. 19. Выигрыш системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS по сравнению с «чистой» системой ГЛОНАСС для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 26°

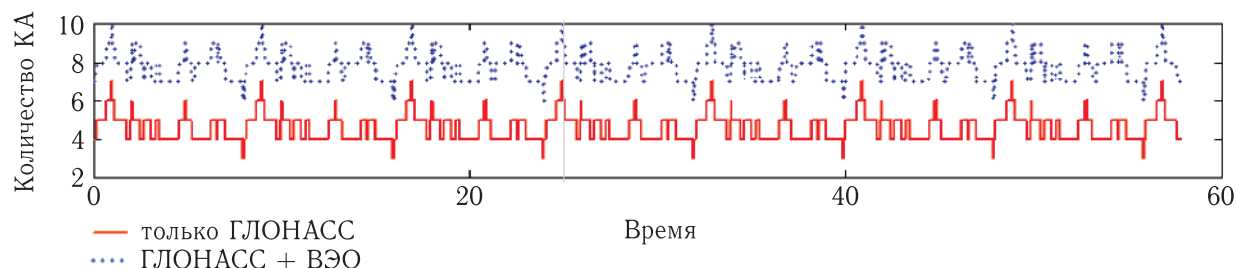


Рис. 20. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 27° для ВЭО типа QZSS

видимых НКА до четырех, график геометрического фактора от времени становится гребенчатым с «плохими», то есть сравнительно большими значениями геометрического фактора на интервалах видимости четырех НКА, и с «хорошими», то есть сравнительно малыми значениями геометрического фактора на интервалах видимости пяти и более НКА.

Это наблюдение не укладывается в общепринятый алгоритм работы по совокупности НКА. Обычно считается, что из всей совокупности видимых НКА надо выбрать четыре наилучших по критерию геометрического фактора и далее работать по ним, пока лучшей не станет другая четверка НКА. Проведенное моделирование показало, что для получения хорошей точности определения координат следует работать как минимум по пяти НКА при наличии такой возможности.

Гребенчатый характер графиков геометрического фактора от времени при наличии интервалов видимости четырех НКА свидетельствует также о том, что усредненные на всем интервале времени характеристики геометрического фактора не совсем адекватно описывают его поведение в зависимости от угла возвышения ЗРВ. Анализ полученных графиков наводит на мысль о том, что более адекватны три градации статистических характе-

ристик: 1) характеристики геометрического фактора при числе НКА более четырех, 2) нормальные характеристики при четырех «хорошо расположенных» видимых НКА и 3) аномальные характеристики при четырех «плохо расположенных» видимых НКА. Здесь «плохо расположенные» означает расположенные почти в одной плоскости.

Между 26° и 27° возвышения зоны радиовидимости, как показано на рис. 17 и 20, появляются промежутки времени, когда количество видимых наблюдателем КА ГЛОНАСС снижается до трех. На этих участках «чистая» система ГЛОНАСС перестает работать, речи о выигрыше уже не идет, а система ГЛОНАСС с дополнением ВЭО продолжает свою работу, хотя и с ухудшением точности определения координат вплоть до 4-го критического значения углов возвышения ЗРВ в 47° (см. рис. 20–23).

В «чистой» системе ГЛОНАСС появляются разрывы навигационного поля во времени. На этих участках геометрический фактор устремляется в бесконечность, как показано на рис. 21, где он специально ограничен, чтобы сохранить работоспособность расчетной программы на участках с видимостью менее 4 КА. При дальнейшем увеличении угла возвышения ЗРВ участки с видимостью менее 4 КА «чистой» системы ГЛОНАСС расширяются,

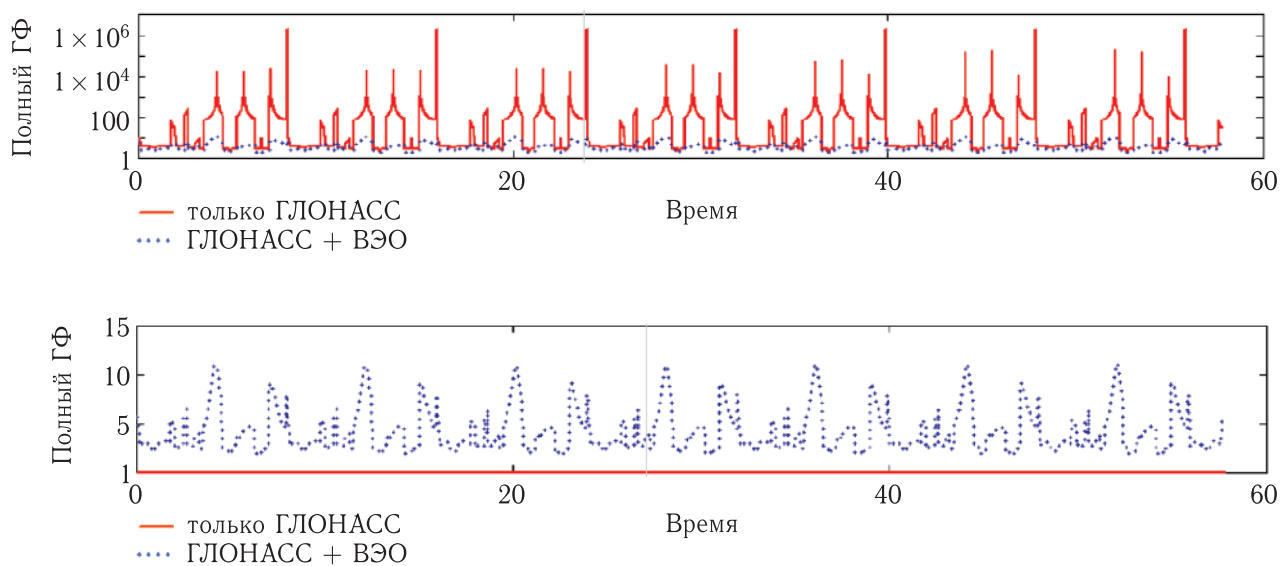


Рис. 21. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 27° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

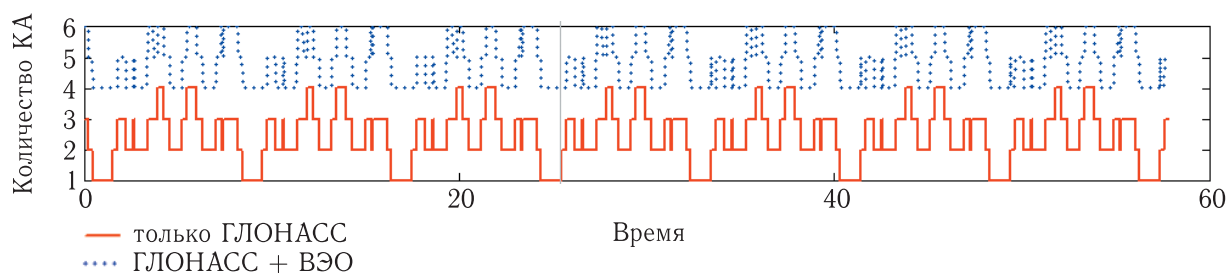


Рис. 22. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 47° для ВЭО типа QZSS

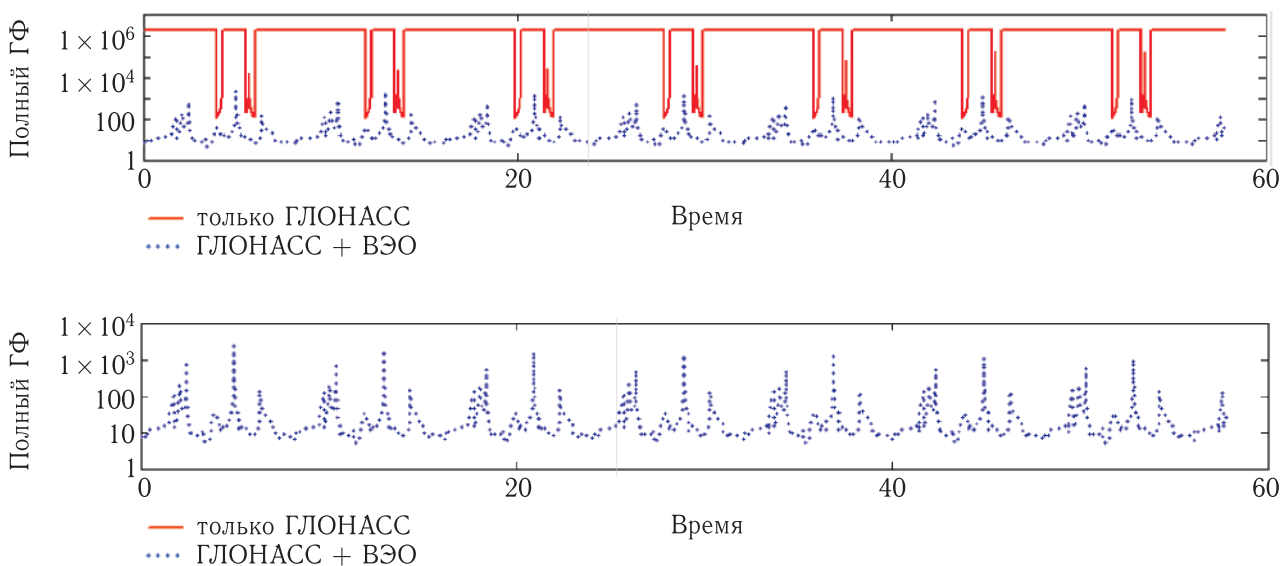


Рис. 23. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 47° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

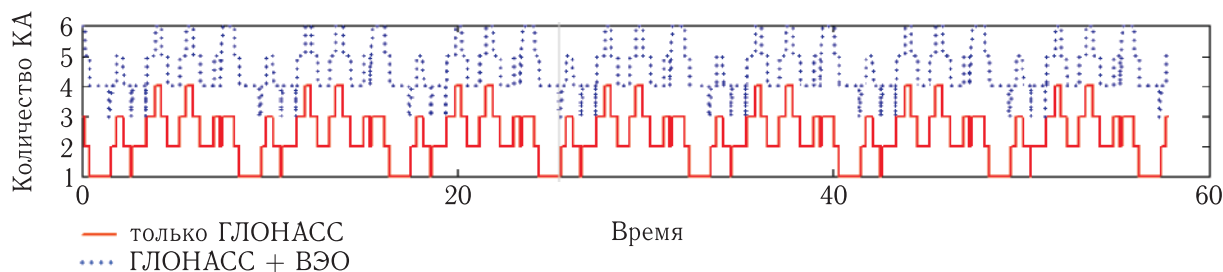


Рис. 24. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 48° для ВЭО типа QZSS

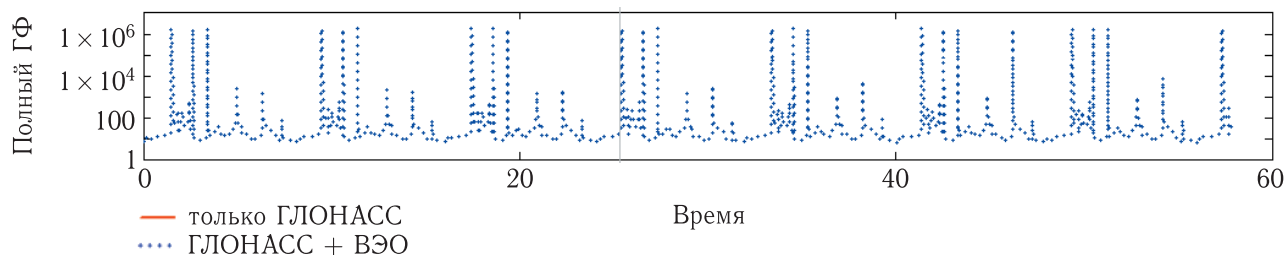


Рис. 25. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 48° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

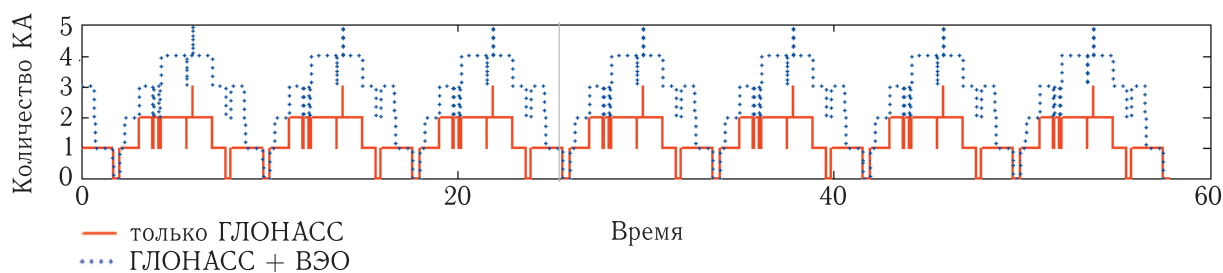


Рис. 26. Количество КА, видимых наблюдателю в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 60° для ВЭО типа QZSS

как показано на рис. 23. Соответственно расширяются во времени участки, где геометрический фактор бесконечен, а «чистая» навигационная система ГЛОНАСС теряет работоспособность. Навигационное поле «чистой» системы ГЛОНАСС выше критического значения угла возвышения ЗРВ становится прерывистым во времени.

Свыше 47° возвышения зоны радиовидимости появляются промежутки времени, когда суммарное количество видимых наблюдателем КА ГЛОНАСС и дополнения ВЭО снижается до трех, как показано на рис. 24. На этих участках система ГЛОНАСС даже с дополнением ВЭО перестает работать. Появляются разрывы навигационного поля во времени. На этих участках геометрический фактор устремляется в бесконечность, как показано на рис. 25, где он специально ограничен, чтобы сохранить рабо-

тоспособность расчетной программы на участках с видимостью менее 4 КА. При дальнейшем увеличении угла возвышения ЗРВ участки с видимостью менее 4 КА расширяются, как показано на рис. 26. Соответственно расширяются во времени участки, где геометрический фактор бесконечен, а навигационная система теряет работоспособность. Навигационное поле выше критического значения угла возвышения ЗРВ становится прерывистым во времени.

График доли работоспособного времени «чистой» системы ГЛОНАСС и системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО в зависимости от угла возвышения ЗРВ представлен на рис. 28.

Таким образом, высокоэллиптическое дополнение системы ГЛОНАСС существенно расширяет рабочий диапазон углов возвышения зоны

Таблица 4. Характеристики геометрического фактора «чистой» системы ГЛОНАСС и системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS и «Тундра»

| № п/п | Пункт наблюдения | Координаты | Тип ВЭО | Выигрыш ГЛОНАСС + ВЭО | | | | | Предельный угол ЗРВ | |
|-------|------------------|---------------------------------|----------|-----------------------|-------|--------|-----------|--------|---------------------|-----|
| | | | | ЗРВ | мин. | ср. | макс. | с.к.о. | | |
| 1 | Неман | 54° 43' с. ш. 20° 25' в. д. | QZSS | 7° | 1,040 | 1,152 | 1,573 | 0,103 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,045 | 16,652 | 3026,16 | 135,9 | ГЛОНАСС + ВЭО | 36° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,060 | 1,210 | 1,561 | 0,097 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,072 | 13,046 | 2190,44 | 98,63 | ГЛОНАСС + ВЭО | 36° |
| 2 | Красное село | 59° 42' с. ш. 30° 12' в. д. | QZSS | 7° | 1,042 | 1,178 | 1,576 | 0,103 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,057 | 1,219 | 3,122 | 0,213 | ГЛОНАСС + ВЭО | 35° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,091 | 1,228 | 1,569 | 0,104 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,072 | 1,269 | 2,223 | 0,175 | ГЛОНАСС + ВЭО | 37° |
| 3 | Новоорск | 51° 16' с. ш. 58° 35' в. д. | QZSS | 7° | 1,076 | 1,268 | 1,622 | 0,112 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,078 | 8,700 | 1102,17 | 41,88 | ГЛОНАСС + ВЭО | 37° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,121 | 1,272 | 1,555 | 0,094 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,148 | 11,170 | 2106,07 | 76,58 | ГЛОНАСС + ВЭО | 45° |
| 4 | Воркута | 67° 33' с. ш. 64° 09' в. д. | QZSS | 7° | 1,086 | 1,235 | 1,6 | 0,119 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,087 | 1,417 | 2,615 | 0,354 | ГЛОНАСС + ВЭО | 36° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,137 | 1,280 | 1,553 | 0,111 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,124 | 1,503 | 2,838 | 0,441 | ГЛОНАСС + ВЭО | 44° |
| 5 | Барнаул | 50° 19' с. ш. 83° 21' в. д. | QZSS | 7° | 1,094 | 1,278 | 1,706 | 0,096 | «чистая» ГЛОНАСС | 26° |
| | | | | 20° | 1,085 | 43,271 | 45073,0 | 934,5 | ГЛОНАСС + ВЭО | 47° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,139 | 1,280 | 1,563 | 0,094 | «чистая» ГЛОНАСС | 26° |
| | | | | 20° | 1,114 | 29,919 | 30892,2 | 626,8 | ГЛОНАСС + ВЭО | 47° |
| 6 | Норильск | 69° 24' с. ш. 87° 38' в. д. | QZSS | 7° | 1,089 | 1,244 | 1,577 | 0,123 | «чистая» ГЛОНАСС | 31° |
| | | | | 20° | 1,085 | 1,380 | 2,630 | 0,300 | ГЛОНАСС + ВЭО | 42° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,144 | 1,286 | 1,696 | 0,113 | «чистая» ГЛОНАСС | 31° |
| | | | | 20° | 1,182 | 1,512 | 2,703 | 0,381 | ГЛОНАСС + ВЭО | 49° |
| 7 | Углегорск | 51° 48' с. ш. 128° 5' в. д. | QZSS | 7° | 1,080 | 1,250 | 1,553 | 0,110 | «чистая» ГЛОНАСС | 25° |
| | | | | 20° | 1,092 | 41,784 | 44817,4 | 757,8 | ГЛОНАСС + ВЭО | 38° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,164 | 1,289 | 1,902 | 0,099 | «чистая» ГЛОНАСС | 25° |
| | | | | 20° | 1,129 | 34,883 | 37170,195 | 628,7 | ГЛОНАСС + ВЭО | 45° |
| 8 | Тикси | 71° 43' с. ш. 128° 50' в. д. | QZSS | 7° | 1,085 | 1,218 | 1,618 | 0,118 | «чистая» ГЛОНАСС | 31° |
| | | | | 20° | 1,072 | 1,317 | 2,015 | 0,256 | ГЛОНАСС + ВЭО | 35° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,110 | 1,270 | 1,515 | 0,096 | «чистая» ГЛОНАСС | 31° |
| | | | | 20° | 1,137 | 1,456 | 2,579 | 0,361 | ГЛОНАСС + ВЭО | 45° |

Окончание табл. 4

| № п/п | Пункт наблюдения | Координаты | Тип ВЭО | Выигрыш ГЛОНАСС + ВЭО | | | | | Предельный угол ЗРВ | |
|-------|--------------------------|---------------------------------|----------|-----------------------|-------|--------|---------|--------|---------------------|-----|
| | | | | ЗРВ | мин. | ср. | макс. | с.к.о. | | |
| 9 | Анадырь | 64° 44' с. ш. 177° 29' в. д. | QZSS | 7° | 1,049 | 1,159 | 1,394 | 0,090 | «чистая» ГЛОНАСС | 29° |
| | | | | 20° | 1,016 | 1,164 | 1,948 | 0,155 | ГЛОНАСС + ВЭО | 33° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,055 | 1,200 | 1,417 | 0,093 | «чистая» ГЛОНАСС | 29° |
| | | | | 20° | 1,058 | 1,292 | 2,971 | 0,371 | ГЛОНАСС + ВЭО | 36° |
| 10 | Петропавловск-Камчатский | 53° 05' с. ш. 158° 20' в. д. | QZSS | 7° | 1,074 | 1,215 | 1,595 | 0,122 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,032 | 13,964 | 3023,8 | 105,9 | ГЛОНАСС + ВЭО | 38° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,102 | 1,239 | 1,671 | 0,107 | «чистая» ГЛОНАСС | 27° |
| | | | | 20° | 1,115 | 17,258 | 3734,4 | 131,0 | ГЛОНАСС + ВЭО | 40° |
| 11 | Ключи | 56° 18' с. ш. 160° 50' в. д. | QZSS | 7° | 1,073 | 1,206 | 1,585 | 0,122 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,028 | 14,904 | 10418,7 | 222,3 | ГЛОНАСС + ВЭО | 35° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,073 | 1,206 | 1,585 | 0,122 | «чистая» ГЛОНАСС | 28° |
| | | | | 20° | 1,028 | 14,904 | 10418,7 | 222,3 | ГЛОНАСС + ВЭО | 42° |
| 12 | Северный полюс | 90° 0' с. ш. | QZSS | 7° | 1,019 | 1,155 | 1,322 | 0,079 | «чистая» ГЛОНАСС | 40° |
| | | | | 20° | 1,019 | 1,168 | 1,527 | 0,135 | ГЛОНАСС + ВЭО | 46° |
| | | | «Тундра» | 7° | 1,058 | 1,209 | 1,429 | 0,082 | «чистая» ГЛОНАСС | 40° |
| | | | | 20° | 1,066 | 1,245 | 1,571 | 0,124 | ГЛОНАСС + ВЭО | 46° |

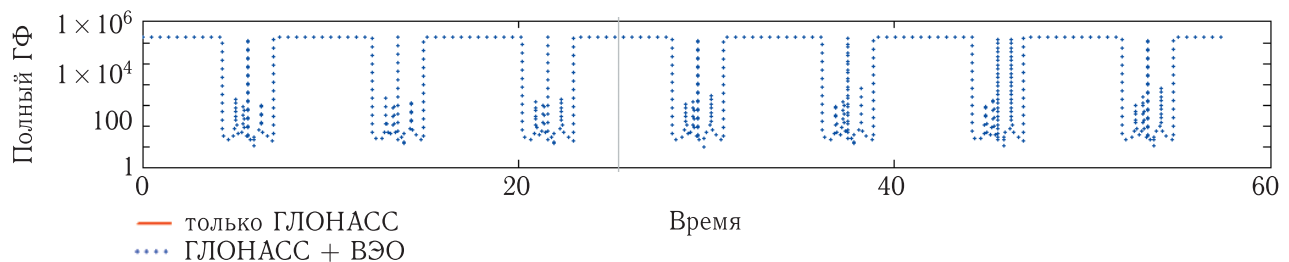


Рис. 27. Полный геометрический фактор для наблюдателя в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) при ЗРВ 60° для ВЭО типа QZSS, логарифмический масштаб

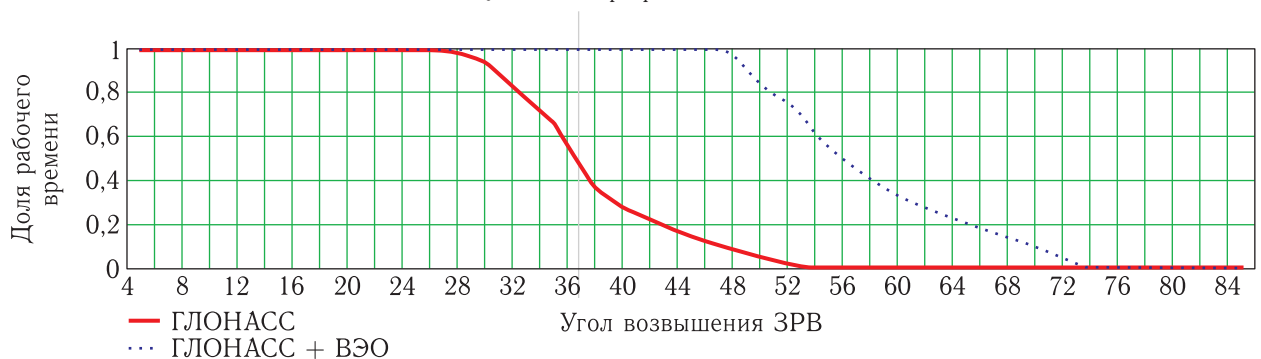


Рис. 28. Доля работоспособного времени «чистой» системы ГЛОНАСС и системы ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО в зависимости от угла возвышения ЗРВ в Барнауле (50° с. ш., 83° в. д.) для ВЭО типа QZSS

радиовидимости. В частности, для наблюдателей в Барнауле диапазон рабочих углов повышается с 26° до 47° .

Теперь оценим, как характеристики геометрического фактора системы ГЛОНАСС с дополнением ВЭО зависят от географии наблюдений. Данные моделирования представлены в табл. 4.

Анализ результатов моделирования в табл. 4 позволяет сделать вывод, что система ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS примерно равнозначна системе ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа «Тундра». Дополнение типа «Тундра» в большинстве рассмотренных географических пунктов несколько уступает по средним характеристикам геометрического фактора дополнению типа QZSS, но превосходит его по предельному углу возвышения ЗРВ.

В целом дополнение на ВЭО дает наибольшее улучшение геометрического фактора в средней части России, особенно в районах Северного полярного круга, в условиях горной местности, сохраняя работоспособность ГЛОНАСС до углов возвышения зоны радиовидимости порядка $40\text{--}45^\circ$.

Выводы

1. Система ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа QZSS по критерию геометрического фактора примерно равнозначна системе ГЛОНАСС с дополнением на ВЭО типа «Тундра».

2. Дополнение системы ГЛОНАСС на высокоэллиптической орбите дает наибольшее улучшение геометрического фактора в средней части России, расширяя область работоспособности ГЛОНАСС до углов возвышения зоны радиовидимости порядка 40° , что создает благоприятные возможности для местоопределения в горных и городских условиях.

3. При снижении на отдельных временных интервалах количества видимых НКА до четырех график геометрического фактора от времени становится гребенчатым со сравнительно большими значениями геометрического фактора на интервалах видимости четырех НКА и со сравнительно малыми значениями геометрического фактора на интервалах видимости пяти и более НКА. Поэтому для получения хорошей точности определения координат следует работать как минимум по пяти навигационным КА.

Список литературы

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Изд. 3-е, перераб. М.: Радиотехника, 2005. 688 с.
2. Спутниковые навигационные системы. МАИ, 2004.
3. Чернявский Г. М., Бартенев В. А. Орбиты спутников связи. М.: Связь, 1978. 240 с.