

УДК 517/519(075.8)

ББК 22.11я73

Ч-46

*Печатается по решению кафедры высшей математики  
Института компьютерных технологий и информационной безопасности  
Южного федерального университета  
(протокол № 8 от 21 апреля 2021 г.)*

**Рецензенты:**

профессор кафедры теоретической, общей физики и технологии

ТИ им. А. П. Чехова (филиал РИНХ)

доктор физико-математических наук *А. И. Жорник*

доцент кафедры высшей математики Института компьютерных  
технологий и информационной безопасности ЮФУ,

кандидат технических наук *Н. Е. Сапунцов*

**Черепанцев, А. С.**

Ч-46 Основы высшей математики. Для технических специальностей ИРТСУ ЮФУ по направлениям самолето-вертолетостроение, техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей : учебное пособие : в 2 ч. / А. С. Черепанцев, В. В. Семенистый ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2021.

ISBN 978-5-9275-3897-3

Часть 2. – 146 с.

ISBN 978-5-9275-3899-7 (Ч.2)

Учебное пособие "Основы высшей математики (Часть 2)" представляет собой продолжение систематизированного изложения основных понятий математического анализа, изучаемых в курсе "высшая математика" в соответствии с учебным планом образовательных направлений "самолето-вертолетостроение, техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей" в ИРТСУ ЮФУ. Пособие направлено на воспитание у слушателей понимания языка математики при формулировке математических понятий и доказательствах основных утверждений.

УДК 517/519(075.8)

ББК 22.11я73

ISBN 978-5-9275-3899-7 (Ч.2)

ISBN 978-5-9275-3897-3

© Южный федеральный университет, 2021

© Черепанцев А. С., Семенистый В. В., 2021

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	7
ЛЕКЦИЯ 19 .....	9
19.1. Бесконечно малые функции и их свойства .....	9
19.2. Бесконечно большие функции и их свойства .....	11
19.3. Основные теоремы о пределе функции .....	12
ЛЕКЦИЯ 20 .....	16
20.1. Функция $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ и ее предел при $x \rightarrow 0$ .....	16
20.2. Непрерывность функции в точке .....	18
20.3. Точки разрыва функции .....	20
20.4. Непрерывность функции на интервале и отрезке .....	21
ЛЕКЦИЯ 21 .....	23
21.1. Натуральный логарифм .....	23
21.2. Показательная и гиперболические функции .....	24
21.3. Задачи, приводящие к понятию производной функции .....	26
21.4. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной функции .....	27
21.5. Производные некоторых функций .....	29
ЛЕКЦИЯ 22 .....	31
22.1. Правила дифференцирования функций .....	31
22.2. Производная обратной функции .....	32
22.3. Производная сложной функции .....	33
22.4. Основные формулы дифференцирования .....	33
22.5. Производные высших порядков .....	34
22.6. Понятие дифференциала функции, его геометрический смысл .....	35
ЛЕКЦИЯ 23 .....	38
23.1. Применение дифференциала функции в приближенных вычислениях .....	38
23.2. Свойства дифференциала функции .....	39
23.3. Дифференциал функции высших порядков .....	40

Содержание

23.4. Основные теоремы дифференциального исчисления .....	41
23.4.1. Теорема Лагранжа .....	41
23.4.2. Теорема Ролля .....	42
23.4.3. Теорема Коши .....	43
ЛЕКЦИЯ 24 .....	45
24.1. Формула Тейлора .....	45
24.2. Примеры формулы Тейлора для функций .....	48
24.3. Правило Лопиталя–Бернулли .....	49
ЛЕКЦИЯ 25 .....	53
25.1. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции ...	53
25.2. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума функции .....	55
25.3. Достаточные условия экстремума функции .....	57
25.4. Исследование функций с помощью формулы Тейлора .....	59
ЛЕКЦИЯ 26 .....	61
26.1. Направления выпуклости функции, точки перегиба функции .....	61
26.2. Асимптоты .....	63
26.3. Исследование и построение графика функции .....	65
26.4. Задачи на определение наибольшего и наименьшего значения .....	66
26.5. Первообразная функции. Понятие неопределенного интеграла	66
26.6. Свойства неопределенного интеграла .....	67
ЛЕКЦИЯ 27 .....	69
27.1. Таблица основных неопределенных интегралов .....	69
27.2. Основные методы вычисления неопределенных интегралов	71
27.3. Интегрирование рациональных функций .....	73
ЛЕКЦИЯ 28 .....	76
28.1. Интегрирование функций. Иррациональные функции .....	76
28.2. Интегрирование функций. Тригонометрические выражения	78
28.3. Особенности интегрирования функций .....	80
28.4. Понятие интегральной суммы. Задачи, приводящие к пределу интегральных сумм .....	81

Содержание

28.4.1. Задача о площади криволинейной трапеции .....	81
28.4.2. Задача вычисления длины пути по известной скорости движения .....	83
ЛЕКЦИЯ 29 .....	84
29.1. Определенный интеграл .....	84
29.2. Геометрический смысл определенного интеграла .....	85
29.3. Основные свойства определенного интеграла .....	86
29.4. Оценка определенного интеграла. Теорема о среднем .....	88
ЛЕКЦИЯ 30 .....	91
30.1. Представление первообразной для непрерывной функции .....	91
30.2. Формула Ньютона–Лейбница .....	93
30.3. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление определенного интеграла с помощью интегрирования по частям .....	94
30.4. Приложения определенного интеграла .....	96
ЛЕКЦИЯ 31 .....	99
31.1. Площадь криволинейного сектора .....	99
31.2. Понятие несобственного интеграла .....	100
31.3. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов ....	103
31.4. Признаки сходимости несобственных интегралов .....	104
ЛЕКЦИЯ 32 .....	106
32.1. Частный признак сравнения .....	106
32.2. Несобственный интеграл II–го рода .....	108
32.3. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла .....	110
ЛЕКЦИЯ 33 .....	113
33.1. Понятие главного значения несобственного интеграла .....	113
33.2. Числовые ряды .....	114
33.3. Свойства сходящихся рядов .....	115
33.4. Признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными членами .....	117
ЛЕКЦИЯ 34 .....	119
34.1. Знакопередающиеся ряды .....	119
34.2. Абсолютно сходящиеся ряды .....	121

*Содержание*

---

34.3. Условно сходящиеся ряды .....	122
34.4. Функциональные последовательности и ряды .....	123
34.5. РС функциональных последовательностей .....	125
ЛЕКЦИЯ 35 .....	126
35.1. Критерии равномерной сходимости функциональных рядов	126
35.2. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов .....	128
ЛЕКЦИЯ 36 .....	134
36.1. Степенной ряд .....	134
36.2. Аналитическая функция на множестве действительных чисел	137
36.3. Ряд Тейлора. Формы остаточного члена ряда Тейлора .....	139
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	142
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	145