

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики, механики и компьютерных наук

**С. Н. Кудряшов**

**Т. Н. Радченко**

**ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
В КУРСЕ «УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

*Учебное пособие*

Ростов-на-Дону  
Издательство Южного федерального университета  
2011

УДК 517.95  
ББК 22.311  
К 88

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Южного федерального университета

**Рецензенты:**

*доктор физико-математических наук, профессор Наседкин А. В.;*  
*кандидат физико-математических наук, доцент Цибулин В. Г.;*  
*кандидат физико-математических наук,*  
*доцент Виноградова Г. Ю.;*  
*кандидат физико-математических наук, доцент Цвиль М. М.*

*Учебное пособие подготовлено и издано в рамках национального  
проекта «Образование» по «Программе развития федерального  
государственного образовательного учреждения высшего  
профессионального образования «Южный федеральный  
университет» на 2007–2010 гг.»*

**Кудряшов, С. Н.**

К 88      Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики»: учебное пособие / С. Н. Кудряшов, Т. Н. Радченко; Южный федеральный университет. — Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2011. — 308 с.  
ISBN 978-5-9275-0879-2

Данное учебное пособие является результатом значительной переработки четырех методических указаний А. Д. Алексеева, Т. Н. Радченко, В. С. Рогожина и Э. Г. Хасабова, опубликованных в УПЛ РГУ в 1992 году. Добавлено много новых задач, приведены подробные решения стандартных задач. Расширена теоретическая часть.

Пособие будет полезно при изучении теоретического курса «Уравнения математической физики» студентами факультета математики, механики и компьютерных наук, физического факультета и факультета высоких технологий.

ISBN 978-5-9275-0879-2

УДК 517.95  
ББК 22.311

© Южный федеральный университет, 2011  
© С. Н. Кудряшов, Т. Н. Радченко, 2011  
© Оформление. Макет. Издательство  
Южного федерального университета, 2011

## Оглавление

<b>Предисловие .....</b>	<b>6</b>
<b>Глава I. Метод характеристик .....</b>	<b>8</b>
§ 1. Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка .....	8
§ 2. Общее решение линейного уравнения второго порядка в частных производных .....	13
§ 3. Задача Коши для уравнения в частных производных второго порядка .....	18
§ 4. Задачи с данными на характеристиках .....	28
Задачи .....	30
<b>Глава II. Уравнения гиперболического типа. Метод Фурье ..</b>	<b>49</b>
§ 1. Уравнение колебания струны .....	50
§ 2. Уравнение продольных колебаний стержня .....	57
§ 3. Общая схема метода Фурье .....	63
§ 4. Задачи о колебании в среде с сопротивлением .....	66
§ 5. Неоднородные задачи .....	68
5.1. Стационарная неоднородность .....	69
5.2. Неоднородные задачи со специальными неоднородностями .	72
5.3. Вынужденные колебания физических объектов с неоднородностями общего вида .....	75
§ 6. Задача о колебании прямоугольной мембраны .....	81
Задачи .....	84
<b>Глава III. Уравнения параболического типа. Метод Фурье ..</b>	<b>104</b>
§ 1. Основные уравнения. Однородные начально-краевые задачи ...	104
§ 2. Краевые условия .....	107

§ 3. Теплопроводность шарообразных тел с центрально-симметричным распределением температуры.....	109
Задачи .....	114
<b>Глава IV. Уравнения эллиптического типа .....</b>	<b>130</b>
§ 1. Краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве и на плоскости .....	130
§ 2. Уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике .....	132
§ 3. Краевые задачи в круговых областях для уравнений Лапласа и Пуассона .....	138
Задачи .....	142
<b>Глава V. Метод интегральных преобразований .....</b>	<b>160</b>
§ 1. Преобразование Фурье и его свойства .....	160
§ 2. Задача о теплопроводности бесконечного стержня .....	163
§ 3. Синус-, косинус-преобразования Фурье .....	166
3.1. Косинус-преобразование Фурье .....	167
3.2. Синус-преобразование Фурье .....	167
§ 4. Преобразование Лапласа .....	169
4.1. Функция-оригинал. Функция-изображение .....	169
4.2. Основные свойства преобразования Лапласа .....	171
4.3. Таблица изображений .....	172
4.4. Определение функции-оригинала по известному изображению .....	174
Задачи .....	176
<b>Глава VI. Задачи, решение которых требует привлечения функций Бесселя .....</b>	<b>180</b>
§ 1. Введение в теорию функций Бесселя .....	180
1.1. Радиальные колебания круглой мембраны .....	183
1.2. Задача о малых колебаниях тяжелой нити .....	188
Задачи .....	191
<b>Ответы к задачам .....</b>	<b>207</b>
Ответы к задачам главы I .....	207

Ответы к задачам главы II .....	224
Ответы к задачам главы III .....	249
Ответы к задачам главы IV .....	269
Ответы к задачам главы V .....	288
Ответы к задачам главы VI .....	290
<b>Литература</b>	<b>306</b>