

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я7

Никонова Г. А.

Математика. Теория и практика : учебное пособие / Г. А. Никонова, Н. В. Никонова; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2016. – 236 с.

ISBN 978-5-7882-1999-8

Пособие содержит теоретические сведения и прикладные задачи по разделам: линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ.

Предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Математика».

Подготовлено на кафедре высшей математики.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Казанского национального исследовательского технологического университета

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. каф. общей математики КПФУ *Н. П. Заботина*
канд. физ.-мат. наук, доц. каф. ВМ ИЭУиП
Д. В. Шевченко

ISBN 978-5-7882-1999-8 © Никонова Г. А., Никонова Н. В., 2016
© Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

Гл. 1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

1.ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	6
1.1. Определители и их свойства	8
1.2. Системы линейных алгебраических уравнений, их совместность, определенность. Методы Гаусса и Крамера.	15
1.3. Действия над матрицами. Матричный способ решения СЛАУ.	29
2.ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА	36
2.1. Векторы и линейные операции над ними	40
2.2. Базис в пространстве и на плоскости	43
2.3. Проекция вектора на ось и ее свойства	46
2.4. Прямоугольная система координат. Координаты вектора и точки	47
2.5. Скалярное произведение векторов	51
2.6. Векторное произведение	56
2.7. Смешанное (векторно-скалярное) произведение трех векторов.	61
2.8. Линейное пространство. Евклидово пространство R^n	64
2.9. Применение методов алгебры в математическом моделировании.	68
3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ: ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ	74
3.1. Прямая на плоскости	75
3.2. Плоскость в пространстве	81

3.3. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости	87
4. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ КРИВЫЕ II ПОРЯДКА	93
4.1. Общее уравнение кривой II порядка (КПП). Окружность	95
4.2. Эллипс	95
4.3. Гипербола	98
4.4. Парабола	100
4.5. Преобразования параллельного переноса и поворота системы координат. Упрощение уравнений кривых II порядка	101
5. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ПОВЕРХНОСТИ II ПОРЯДКА	105
5.1. Цилиндрические поверхности	107
5.2. Конус II порядка	108
5.3. Эллипсоид	109
5.4. Гиперболоиды	110
5.5. Параболоиды	111
6. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ (ФОП).	113
6.1. Элементы теории множеств. Символика математической логики. Топология числовой прямой	114
6.2. Функции. Область определения. Способы задания	116
6.3. Основные элементарные функции. Элементарные функции	119
7. ПРЕДЕЛЫ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.	120
7.1. Предел последовательности	122
7.2. Предел функции в точке	124
7.3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции	125

7.4. Леммы о бесконечно малых	126
7.5. Основные теоремы о пределах	127
7.6. Понятие о неопределенностях. I и II замечательные пределы	129
7.7. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые	237
8. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	139
8.1. Определение непрерывности	140
8.2. Точки разрыва	141
8.3. Свойства функций непрерывных в т. x_0	144
8.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке $[a, b]$	145
<i>ГЛАВА 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ</i>	
9. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ (ДФОП)	147
9.1. Определение производной, ее физический смысл	149
9.2. Геометрический смысл производной	151
9.3. Существование производной и непрерывность	152
9.4. Свойства операции дифференцирования	152
9.5. Производная сложной функции. Логарифмическая производная	153
9.6. Производные основных элементарных функций	155
9.7. Дифференциал	160
9.8. Производные и дифференциалы высших порядков	162
9.9. Производные параметрически заданной функции	164
10. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ	167
10.1. Основные теоремы дифференциального исчисления	169
10.2. Правило Лопитала	171
10.3. Монотонность	175

10.4. Экстремумы	175
10.5. Достаточный признак экстремума, использующий вторую производную. Наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке	178
10.6. Выпуклость, вогнутость графика функции	179
10.7. Точки перегиба	180
10.8. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика	183
Глава 4. <i>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ</i>	
11. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	192
11.1. Понятие функции нескольких переменных. Элементы топологии в R^n	194
11.2. Предел и непрерывность функций нескольких переменных	199
11.3. Частные приращения и частные производные	201
11.4. Полное приращение и полный дифференциал, применение в приближенных вычислениях	204
11.5. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков	208
11.6. Производные сложных функций	211
11.7. Производные неявных функций	213
12. ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	215
12.1. Экстремумы функций нескольких переменных	218
12.2. Условный экстремум ФНП	221
12.3. Элементы дифференциальной геометрии. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности	226
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	229