

УДК 531.23(075.8)  
К 777

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент *А.А. Рыков*  
канд. техн. наук, доцент *Н.А. Чусовитин*

Работа подготовлена на кафедре прочности летательных аппаратов для студентов II курса факультета летательных аппаратов и механико-технологического факультета очной и заочной формы обучения

**Крамаренко Н.В.**

К 777 Тензор инерции. Матричные преобразования моментов инерции при повороте и переносе системы координат: учебное пособие / Н.В. Крамаренко. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. – 54 с.

ISBN 978-5-7782-3896-1

Для решения таких практически важных задач, как определение реакций в подшипниках вращающегося неотбалансированного тела в теоретической механике или определение главноцентральных осей поперечного сечения сложной формы изгибаемого стержня в сопротивлении материалов, требуется знать формулы преобразования как осевых, так и центробежных моментов инерции.

В учебном пособии формулы преобразования осевых и центробежных моментов инерции рассматриваются с позиции преобразования тензора инерции. Наиболее краткой является индексная форма записи, в которой  $ij$ -й компонент тензора инерции определяется через двойные суммы. Для студентов младших курсов машиностроительных специальностей, которые не имеют навыков работы с индексными формулами, такая форма записи непонятна для применения.

В учебном пособии рассматривается матричный способ. При таком способе сохраняется универсальность доказательства формул преобразования для каждого момента инерции, а также появляется наглядность применения этих формул для практических задач.

УДК 531.23(075.8)

ISBN 978-5-7782-3896-1

© Крамаренко Н.В., 2019  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
1. Общие понятия.....	5
1.1. Какие бывают моменты масс .....	5
1.2. Какие бывают оси инерции .....	6
1.3. Где используются моменты инерции .....	8
2. Справочные формулы.....	9
2.1. Двойное векторное произведение.....	9
2.2. Смешанное произведение векторов.....	12
2.3. Преобразование проекций вектора при повороте осей (связь между проекциями вектора на оси двух прямоугольных систем координат).....	13
3. Источник тензора инерции – кинетический момент твердого тела .....	15
4. Геометрическая интерпретация тензора инерции.....	19
5. Преобразование моментов инерции при повороте осей.....	21
5.1. Кинетическая энергия твердого тела в исходных осях.....	21
5.2. Кинетическая энергия твердого тела в новых повернутых осях .....	23
5.3. Примеры.....	24
Пример 1 .....	24
Пример 2.....	26
Пример 3 .....	29
5.4. Обратная задача: нахождение угла поворота двух осей до их главных направлений вокруг третьей главной оси .....	32
6. Преобразование моментов инерции при параллельном переносе осей .....	36
7. Преобразование моментов инерции при повороте и параллельном переносе осей .....	41
8. Алгоритм решения задачи определения реакций в подшипниках вращающегося тела .....	42
9. Алгоритм решения задачи определения главноцентральных осей поперечного сечения стержня.....	47
10. Таблицы моментов инерции .....	48
Библиографический список .....	53