

Вестник Московского университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в ноябре 1946 г.

Серия 15

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
И КИБЕРНЕТИКА

№ 4 • 2013 • ОКТЯБРЬ–ДЕКАБРЬ

Издательство Московского университета

Выходит один раз в три месяца

СОДЕРЖАНИЕ

Березин Б.И., Благодатских Д.В. Достаточные условия устойчивости для КАБАРЕ-аппроксимации многомерных уравнений конвекции–диффузии на ортогональных расчетных сетках	3
Жемухов У.Х. О сходимости численного решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности при наличии угловой особенности у производных решения	9
Киселёв Ю.Н., Орлов М.В., Орлов С.М. Исследование двухсекторной экономической модели с функционалом интегрального типа	18
Ложкин С.А., Данилов Б.Р. О задержке схем в модели, учитывающей значения на входах функциональных элементов	25
Лысиков В.В. О билинейных алгоритмах над полями различных характеристик	33
Сергеев И.С. Верхние оценки глубины симметрических булевых функций	39
<i>Краткие сообщения</i>	
Вороненко А.А. О функции Шеннона для длины сертификата повторности булевых функций в одном семействе базисов	45
Памяти Юрия Васильевича Прохорова	48
Указатель статей, опубликованных в журнале “Вестник Московского университета. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика” в 2013 году	52

CONTENTS

Berezin B.I., Blagodatskikh D.V. Sufficient conditions for stability of the KABARE-approximation of the multidimensional convection–diffusion equations onto orthogonal calculation grids	3
Zhemukhov U.Kh. On the convergence of the numerical solution to initial-boundary value problem for the heat equation with corner singularities	9
Kiselev Yu.N., Orlov M.V., Orlov S.M. Investigation of a two-sector model with integrating type functional cost	18
Lozhkin S.A., Danilov B.R. On the circuits delay in a model allowing for input values at gates’ inputs	25
Lysikov V.V. On bilinear algorithms over fields of different characteristics	33
Sergeev I.S. Upper bounds on the depth of symmetric Boolean functions	39
<i>Short communications</i>	
Voronenko A.A. On Shannon function for read-many certificate length in one bases family	45
<i>To memory of Yuriy Vasilievich Prokhorov</i>	48
<i>Index of papers, published in 2013</i>	52

УДК 519.612:632.4

Б. И. Березин¹, Д. В. Благодатских²**ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ
ДЛЯ КАБАРЕ-АППРОКСИМАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ
КОНВЕКЦИИ–ДИФФУЗИИ НА ОРТОГОНАЛЬНЫХ РАСЧЕТНЫХ
СЕТКАХ**

Используя свойство положительной определенности квадратичных сеточных форм, получены достаточные условия устойчивости схемы КАБАРЕ, в том числе и для практически важного случая доминирующей конвекции.

Ключевые слова: конвекция–диффузия, доминирующая конвекция, численные методы, схема КАБАРЕ, условие устойчивости.

1. Введение. Одной из наиболее важных и актуальных задач современной вычислительной математики является моделирование переноса пассивной примеси в газодинамических и гидродинамических потоках. В роли примесей могут выступать аэрозоли [1], газовые смеси [2], загрязнения в океане [3]. Перенос пассивной смеси является серьезной вычислительной проблемой, если в нем преобладает процесс конвекции (адвекции), как в приведенных выше случаях. В то же время алгоритмы численного моделирования атмосферных и океанических течений предполагают большой объем вычислительных ресурсов. Таким образом, от искомых алгоритмов требуется максимально возможная скорость исполнения на суперкомпьютерах с параллельной архитектурой.

Разностная схема CABARET (Compact Accurately Boundary-Adjusting high Resolution Technique) была предложена в работах А.А. Самарского и В.М. Головизнина [4, 5] изначально для случая одномерного линейного уравнения переноса. Первоначальный вариант этой схемы был получен в трехслойном виде. CABARET аппроксимирует исходную задачу со вторым порядком точности по пространству и по времени. Как было показано в статьях [4, 5], схема CABARET не вносит в результаты расчета какой-либо дополнительной схемной вязкости и обладает улучшенными дисперсионными свойствами. Также было установлено, что схема CABARET устойчива при числах Куранта от нуля до единицы. Схема обладает фиксированным компактным шаблоном и допускает эффективную реализацию на многопроцессорных вычислительных комплексах.

Позже в работе [6] схема CABARET была представлена в эквивалентной двухслойной форме для линейного одномерного уравнения переноса, допускающей обобщение на содержательный случай газовой динамики [7–9]. Эту двухслойную форму и будем рассматривать в качестве основы для обобщения схемы CABARET на многомерный случай.

В дальнейшем возник вопрос обобщения схемы CABARET на многомерные случаи [10, 11]. В статье [11] двумерная модификация схемы CABARET была исследована на устойчивость методом спектральных гармоник (метод Неймана). В этой работе было получено только необходимое условие устойчивости, к тому же модификация схемы кааре, предложенная в [11], где потоковые переменные предполагаются в узлах, пока не получила практического применения.

Кроме того, необходимо добавить, что даже в работах [4, 5] был проведен анализ устойчивости только для чисто гиперболического случая, без учета диффузии. Таким образом, существует потребность в получении достаточных условий устойчивости для схемы CABARET для многомерного уравнения конвекции–диффузии.

Несмотря на то что схема CABARET в двухслойном виде формально эквивалентна некоторой трехслойной схеме, она тем не менее не сводится к операторному виду, приведенному в работах А.А. Самарского и А.В. Гулина [12, 13]. Поэтому использовать напрямую упомянутые в данных работах теоремы об устойчивости трехслойных схем не представляется возможным. Далее будет иметь место подход, подобный тому, что применялся в статье [4], т. е. получение априорных оценок норм сеточных функций с помощью непосредственных алгебраических преобразований, с использованием операторного подхода в качестве вспомогательного.

¹ Факультет ВМК МГУ, доц., к.ф.-м.н., e-mail: berezin@cs.msu.su

² ИБРАЭ РАН, мл. науч. сотр., e-mail: blagodat@ibrae.ac.ru