

УДК 517.912(076.5)
ББК 22.193 я 73
Т 48

Рецензент

кандидат математических наук, доцент В.И. Макеев

Ткачева О.Л.

Т48

**Численные методы решения дифференциальных уравнений:
методические указания к лабораторному практикуму / О.Л.
Ткачева. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. -25с.**

Лабораторный практикум состоит из теоретического изложения материала, заданий к лабораторным работам с применением ЭВМ, контрольных вопросов для самоподготовки.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по курсам, связанным с решениями дифференциальных уравнений для студентов всех форм обучения по специальностям 230104- Системы автоматизированного проектирования, 210301- Автоматизация технологических процессов и производств, 151001-Технология машиностроения, 151002-Металлообрабатывающие станки и комплексы и других технических специальностей.

ББК 22.193 я 73

© Ткачева О.Л., 2008
© ГОУ ОГУ, 2008

Содержание

Введение.....	5
1 Дифференциальные уравнения.....	6
1.1 Основные понятия и определения.....	6
1.2 Постановка задачи Коши.....	7
2 Методы решения задачи Коши.....	8
2.1 Метод Эйлера.....	8
2.2 Несколько простых модификаций метода Эйлера.....	9
2.3 Исправленный метод Эйлера.....	11
3 Метод Рунге – Кутты.....	12
4 Пошаговый контроль точности.....	12
5 Решение дифференциальных уравнений в программе Mathcad.....	13
5.1 Решение дифференциального уравнения с помощью функции odesolve в программе Mathcad.....	13
5.2 Решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка методом Рунге-Кутты в программе Mathcad.....	15
Список использованных источников.....	19
Приложение А.....	20
Список контрольных вопросов.....	23
Приложение Б.....	24

Введение

Данная работа дает общие понятия о дифференциальных уравнениях, рассматривает задачу Коши и некоторые вопросы численного решения дифференциальных уравнений. Кроме того, здесь рассматриваются практические примеры численного решения дифференциальных уравнений с применением ЭВМ, в частности – применение программ-функций Mathcad. В последнее время все больше обращается внимание на численные методы решения дифференциальных уравнений, т. к. нелинейные дифференциальные уравнения и системы с такими уравнениями, как правило, не имеют аналитических методов решения.

Работа содержит задания для лабораторной или самостоятельной работы.

1 Дифференциальные уравнения

1.1 Основные понятия и определения

Дифференциальным уравнением называется уравнение, содержащее функцию от независимых переменных и производные функции (или их дифференциалы).

Если функции зависят от одной переменной, то дифференциальное уравнение называют обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ), если – от нескольких, то дифференциальное уравнение называют дифференциальным уравнением в частных производных.

Обыкновенное дифференциальное уравнение можно записать в виде

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (1)$$

где $y = y(x)$ - искомая функция.

Если данное дифференциальное уравнение разрешимо относительно $y^{(n)}$, то его записывают в виде

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}). \quad (2)$$

В частных случаях в уравнения (1), (2) могут не входить x , y или некоторые производные функции y , но обязательно входить хотя бы одна из производных этой функции.

Порядок дифференциального уравнения определяется наивысшим порядком производных или дифференциалов, входящих в это уравнение.

Если в уравнении (1) функция F является рациональной функцией (полиномом) относительно всех входящих в неё производных, то наивысшая степень старшей производной определяет степень уравнения. Например, уравнение $y' - y^2 \sin x = 0$ является дифференциальным уравнением первого порядка первой степени; уравнение $y'^3 + x^4 y^6 - 5x = 0$ - дифференциальное уравнение первого порядка третьей степени; $y''' + 6x = 0$ - дифференциальное уравнение третьего порядка второй степени.

Решением дифференциального уравнения (1) называется функция $y = y(x)$, обращающая данное уравнение в тождество.

Дифференциальное уравнение первого порядка можно записать в виде

$$F(x, y, y') = 0 \quad (3)$$

Если уравнение (3) разрешимо относительно y' , то его записывают в виде

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (4)$$

Решением уравнения $y' = 6x^2$ является функция $y = 2x^3 + C$. Это решение является общим, т. к. оно включает в себя произвольную постоянную C , т.е. уравнение может иметь бесконечное множество решений.