

УДК 22.1(075.8)  
ББК 51-7я73  
К82

### **Библиотека студента**

Главный редактор:  
д-р психол. наук, проф., акад. РАО *Д.И. Фельдштейн*

Зам. главного редактора:  
д-р психол. наук, проф., акад. РАО *С.К. Бондырева*

Члены редакционной коллегии:  
*Ш.А. Амонашвили, В.А. Болотов, А.А. Деркач, А.И. Донцов, И.В. Дубровина,  
В.П. Зинченко, В.Г. Костомаров, Н.Н. Малофеев, В.Л. Матросов,  
Н.Д. Никандров, В.В. Рубцов, М.В. Рыжаков, Э.В. Сайко*

### **Кричевец А.Н.**

К82 Математика для психологов [Электронный ресурс] : учебник / А.Н. Кричевец, Е.В. Шикин, А.Г. Дьячков; под ред. А.Н. Кричевца. – 7-е изд., стер. – М. : ФЛИНТА, 2020. – 372 с.

ISBN 978-5-9765-2066-0

Цель учебника – разъяснение основных математических понятий, необходимых в работе психолога. Книга состоит из четырех разделов: линейная алгебра и аналитическая геометрия; математический анализ; теория вероятностей; основы математической статистики. Изложение материала ориентировано на последующие приложения в психологии и сопровождается примерами из современной психологической литературы.

Для студентов психологических факультетов вузов.

УДК 22.1(075.8)  
ББК 51-7я73

ISBN 978-5-9765-2066-0

© Издательство «ФЛИНТА»,  
2015

# Оглавление

<b>Предисловие</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>Часть I. Линейная алгебра</b>	<b>11</b>
<b>Глава 1. Линейные уравнения (идеи и примеры)</b> . . . . .	<b>12</b>
1.1. Метод Гаусса . . . . .	13
1.2. Однородные системы линейных уравнений . . . . .	17
1.3. Определители . . . . .	19
1.4. Определитель системы линейных уравнений ступенчато- го вида . . . . .	24
1.5. Матрицы и векторы . . . . .	25
1.6. Собственные векторы . . . . .	27
<b>Глава 2. Линейные уравнения (общий случай)</b> . . . . .	<b>30</b>
2.1. Метод Гаусса . . . . .	31
2.2. Однородные системы линейных уравнений . . . . .	35
2.3. Определители . . . . .	36
2.4. Определитель системы линейных уравнений ступенчато- го вида . . . . .	44
2.5. Матрицы и векторы . . . . .	45
2.6. Собственные векторы . . . . .	46
<b>Глава 3. Векторы и матрицы (аналитическая геометрия)</b> . . .	<b>51</b>
3.1. Векторы в двумерном пространстве . . . . .	52
3.2. Линейные преобразования . . . . .	53
3.3. Связь преобразования, базиса и матрицы . . . . .	54
3.4. Замена базиса . . . . .	57
3.5. Произведение матриц. Единичная матрица . . . . .	59
3.6. Обратная матрица . . . . .	60
3.7. Матрица линейного преобразования в новом базисе . . . .	61
3.8. Матрица преобразования в базисе из собственных векторов	64
<b>Глава 4. Линейные пространства, базисы, линейные преобра-         зования</b> . . . . .	<b>68</b>
4.1. Линейные пространства . . . . .	68
4.2. Линейные преобразования. Связь преобразования, бази- са и матрицы . . . . .	72
4.3. Замена базиса. Матрица перехода . . . . .	74
4.4. Произведение матриц. Единичная матрица . . . . .	75

4.5. Обратная матрица . . . . .	77
4.6. Матрицы линейного преобразования в новом базисе . . .	80
4.7. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов . . . . .	80
<b>Глава 5. Линейные преобразования в евклидовых пространствах. Идеи и примеры . . . . .</b>	<b>82</b>
5.1. Евклидовы пространства . . . . .	82
5.2. Замена ортонормированного базиса. Ортогональные матрицы . . . . .	84
5.3. Самосопряженные линейные преобразования . . . . .	86
5.4. Собственные векторы самосопряженного линейного преобразования . . . . .	88
<b>Глава 6. Линейные преобразования в евклидовых пространствах. Общий случай . . . . .</b>	<b>92</b>
6.1. Евклидовы пространства . . . . .	92
6.2. Замена ортонормированного базиса. Ортогональные матрицы . . . . .	94
6.3. Самосопряженные линейные преобразования . . . . .	95
6.4. Собственные векторы самосопряженного линейного преобразования . . . . .	98
<b>Глава 7. Линейная алгебра в факторном анализе . . . . .</b>	<b>101</b>
7.1. Метод главных компонент . . . . .	101
7.2. Суммарная дисперсия. Доля фактора в суммарной дисперсии . . . . .	109
<b>Глава 8. Метод главных компонент в общем случае . . . . .</b>	<b>112</b>
8.1. Элементы алгебры матриц . . . . .	112
8.2. Билинейные формы . . . . .	116
8.3. Матрица билинейной формы . . . . .	116
8.4. Главные оси билинейной формы . . . . .	118
8.5. Матрица выборочной ковариации . . . . .	118
8.6. Матрица корреляции . . . . .	124
8.7. Углы между исходными переменными и факторами. Факторные нагрузки . . . . .	127
<b>Часть II. Математический анализ . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>Глава 1. Исходные идеи дифференциального исчисления . . .</b>	<b>130</b>

1.1. Историко-философский экскурс . . . . .	130
1.2. Производная . . . . .	136
1.3. Производные от степенных функций . . . . .	140
1.4. Производная функции $y = \sin x$ , первый замечательный предел . . . . .	141
1.5. Некоторые утверждения о производных . . . . .	144
1.6. Производная и экстремум функции . . . . .	146
<b>Глава 2. Предел и производная . . . . .</b>	<b>148</b>
2.1. Техника $\epsilon$ и $\delta$ . . . . .	148
2.2. Производная . . . . .	155
2.3. Некоторые теоремы о производной . . . . .	156
2.4. Производная и экстремум функции . . . . .	159
<b>Глава 3. Определенный интеграл (идеи и примеры) . . . . .</b>	<b>164</b>
<b>Глава 4. Определенный интеграл (доказательства) . . . . .</b>	<b>171</b>
<b>Глава 5. Производные и неопределенные интегралы . . . . .</b>	<b>174</b>
5.1. Производные и неопределенные интегралы от элементарных функций . . . . .	174
5.2. Дифференцирование сложной функции и замена переменной в неопределенном интеграле . . . . .	176
<b>Глава 6. Производные от некоторых функций . . . . .</b>	<b>180</b>
6.1. Производная от сложной функции . . . . .	180
6.2. Использование формулы производной сложной функции в неопределенном интеграле . . . . .	184
6.3. Замена переменной в неопределенном интеграле с использованием знака дифференциала . . . . .	186
6.4. Интегрирование по частям . . . . .	189
<b>Глава 7. Функции и интегралы в бесконечных пределах . . . . .</b>	<b>192</b>
7.1. Поведение функций на бесконечности . . . . .	192
7.2. Правило Лопиталья . . . . .	195
7.3. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования . . . . .	196
<b>Глава 8. Одно приложение идеи дифференциала: закон Вебера—Фехнера . . . . .</b>	<b>199</b>
8.1. Дифференциал как приращение . . . . .	199
8.2. Закон Вебера—Фехнера . . . . .	201

<b>Часть III. Теория вероятностей</b>	<b>203</b>
<b>Глава 1. Случайные события и вероятности</b>	<b>204</b>
1.1. Различные подходы к понятию вероятности	204
1.2. Формулы алгебры событий. Несовместимые и независимые события	207
1.3. Вычисление вероятностей	211
<b>Глава 2. Формула полной вероятности и формула Байеса</b>	<b>218</b>
2.1. Формула полной вероятности	218
2.2. Формула Байеса	220
<b>Глава 3. Схема испытаний Бернулли</b>	<b>224</b>
<b>Глава 4. Комбинаторика. Бином Ньютона</b>	<b>229</b>
4.1. Размещения	229
4.2. Сочетания	231
4.3. Бином Ньютона	233
4.4. Треугольник Паскаля	235
4.5. Схема испытаний Бернулли с $p = q = 1/2$	237
4.6. Схема испытаний Бернулли с $p \neq q$	238
<b>Глава 5. Случайные величины</b>	<b>240</b>
5.1. Понятие случайной величины. Закон распределения. Биномиальная случайная величина	240
5.2. Операции над случайной величиной	244
5.3. Числовые характеристики случайной величины	245
5.4. Сумма случайных величин	250
5.5. Случайные величины с бесконечным числом значений	253
5.6. Непрерывные случайные величины	254
<b>Глава 6. О формулах для непрерывных и дискретных случайных величин</b>	<b>257</b>
<b>Глава 7. Случайные величины (продолжение)</b>	<b>262</b>
7.1. Нормальное распределение	262
7.2. Функция распределения случайной величины	269
7.3. Формула Муавра—Лапласа	272
<b>Глава 8. Случайные величины (окончание)</b>	<b>276</b>
8.1. Математическое ожидание и дисперсия биномиальной случайной величины	276
8.2. Неравенство Чебышева	277

8.3. Закон больших чисел . . . . .	279
<b>Часть IV. Математическая статистика</b>	<b>281</b>
<b>Глава 1. Первичная обработка и точечные оценки . . . . .</b>	<b>282</b>
1.1. Первичная обработка данных . . . . .	283
1.2. Точечные оценки . . . . .	287
1.3. Оценки вероятности события . . . . .	290
<b>Глава 2. Плотности, гистограммы и выборочные оценки параметров распределения . . . . .</b>	<b>292</b>
2.1. Почему непохожие формулы выражают одно и то же . .	292
2.2. О степенях свободы . . . . .	296
<b>Глава 3. Проверка статистических гипотез . . . . .</b>	<b>299</b>
3.1. Типичные ситуации, требующие использования математической статистики . . . . .	299
3.2. Общий подход . . . . .	300
3.3. $t$ -критерий для одной выборки . . . . .	303
3.3.1. Практическая реализация . . . . .	305
3.4. $t$ -критерий для независимых выборок . . . . .	307
3.5. Об односторонних и двусторонних критериях . . . . .	309
3.6. О построении критериев . . . . .	310
<b>Глава 4. Распределения хи-квадрат и Стьюдента . . . . .</b>	<b>313</b>
4.1. Доверительный интервал для среднего значения . . . . .	313
4.2. Критерий согласия $\chi^2$ (хи-квадрат) . . . . .	317
4.3. Проверка соответствия эмпирической функции распределения нормальному закону . . . . .	320
<b>Глава 5. Непараметрические аналоги <math>t</math>-критерия . . . . .</b>	<b>323</b>
5.1. Критерий знаков и критерий знаковых рангов Вилкоксона . . . . .	324
5.1.1. Критерий знаковых рангов . . . . .	325
5.2. Критерий Манна—Уитни для независимых выборок . . . .	328
5.3. Некоторые замечания о статистической работе . . . . .	330
<b>Глава 6. Точечные оценки и доверительные интервалы для непараметрических аналогов <math>t</math>-критерия . . . . .</b>	<b>332</b>
6.1. Распределение Вилкоксона . . . . .	332
6.1.1. Точечная оценка математического ожидания . . . .	334

6.1.2. Непараметрический доверительный интервал математического ожидания	335
6.2. Распределение Манна—Уитни	338
6.2.1. Квантили распределения Манна—Уитни	340
6.2.2. Точечная оценка теоретического сдвига $\theta = b - a$	341
6.2.3. Доверительный интервал для сдвига средних	342
<b>Глава 7. Гипотезы о связи случайных величин</b>	<b>343</b>
7.1. Корреляция случайных величин. Коэффициент Фишера—Пирсона	343
7.1.1. Проверка гипотезы о корреляционной зависимости	345
7.2. Корреляция случайных величин. Коэффициент Спирмена	346
7.3. Корреляция случайных величин. Таблицы сопряженности	347
7.4. Линейный регрессионный анализ	349
7.4.1. Определение регрессионной прямой	349
<b>Глава 8. Гипотезы о связи случайных величин (окончание)</b>	<b>352</b>
8.1. Корреляция между случайными величинами	352
8.2. Преобразование Фишера	354
8.3. Линейный регрессионный анализ. Построение регрессионной прямой методом Гаусса	357
8.3.1. Математическая модель	359
8.3.2. Доверительные интервалы параметров $c_0$ , $c_1$ и $\sigma$	360
<b>Послесловие для студентов-гуманитариев и преподавателей математики</b>	<b>362</b>
<b>Приложение. Статистические таблицы</b>	<b>365</b>