

УДК 517.2, 517.3

ББК 22.161

С198

*Печатается по решению кафедры высшей математики  
Института компьютерных технологий и информационной безопасности  
Южного федерального университета (протокол № 8 от 21 апреля 2021 г.)*

**Рецензенты:**

доктор технических наук, профессор кафедры антенн и  
радиопередающих устройств ИРТСУ ИТА ЮФУ В. А. Обуховец

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики ИКТИБ ИТА ЮФУ А. Г. Клово

**Сапунцов, Н. Е.**

С198 Математика для студентов радиотехнических специальностей. Часть 1 :  
учебное пособие / Н. Е. Сапунцов ; Южный федеральный университет. –  
Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального универ-  
ситета, 2021.

ISBN 978-5-9275-3838-6

Часть 1. – 211 с.

ISBN 978-5-9275-3839-3 (Ч. 1)

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов,  
радиотехнических специальностей при изучении разделов «Дифференциальное  
исчисление функций одного аргумента», «Интегральное исчисление функций  
одного аргумента», «Функции нескольких аргументов» и «Дифференциальное  
исчисление функций нескольких аргументов».

Изложение теоретического материала сопровождается решением модельных  
задач, которые, как правило, содержатся в контрольных работах, индивидуаль-  
ных заданиях и предлагаются на экзамене.

Материал излагается в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом ре-  
комендаций и ПрООП ВО.

Пособие ориентировано на студентов радиотехнических специальностей и  
может быть использовано студентами других специальностей, изучающих мате-  
матику.

УДК 517.2, 517.3

ББК 22.161

ISBN 978-5-9275-3839-3 (Ч. 1)

ISBN 978-5-9275-3838-6

© Южный федеральный университет, 2021

© Сапунцов Н. Е., 2021

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>6</b>
<b>ГЛАВА 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ</b>	
<b>ФУНКЦИИ ОДНОГО АРГУМЕНТА .....</b>	<b>7</b>
1.1. Классическая задача, приводящая к понятию производной .....	7
1.2. Определения производной и односторонних производных.....	7
1.3. Физический и геометрический смысл производной .....	9
1.4. Правила вычисления производных .....	9
1.5. Производные основных элементарных функций .....	11
1.6. Производная обратной функции.....	12
1.7. Производная сложной функции.....	14
1.8. Производная функции, заданной параметрически .....	15
1.9. Производная функции, заданной неявно .....	16
1.10. Производная сложно-показательной (показательно-степенной) функции .....	17
1.11. Построение графика производной .....	19
1.12. Приближенное нахождение производной.....	19
1.13. Дифференцирующие цепи .....	20
1.14. Дифференцируемость функции. Дифференциал .....	21
1.15. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала .....	22
1.16. Дифференциал сложной функции .....	24
1.17. Производные высших порядков .....	24
1.18. Вычисление производных высших порядков .....	25
1.19. Дифференциалы высших порядков .....	29
1.20. Основные теоремы дифференциального исчисления.....	29
1.21. Практическое применение правила Лопиталья .....	32
1.22. Формула Тейлора.....	40
1.23. Разложение функций по формуле Тейлора .....	42
1.24. Исследование функции и построение её графика .....	43
Контрольные вопросы и задачи.....	51
<b>ГЛАВА 2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ</b>	
<b>ОДНОГО АРГУМЕНТА.....</b>	<b>55</b>
2.1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла .....	55
2.2. Основные свойства неопределенного интеграла .....	57

2.3. Таблица основных неопределенных интегралов.....	60
2.4. Основные приемы интегрирования .....	61
2.5. Табличное интегрирование .....	62
2.6. Свойство инвариантности формул интегрирования. Подведение под знак дифференциала .....	64
2.7. Замена переменной в неопределенном интеграле.....	67
2.8. Неопределенное интегрирование по частям .....	73
2.9. Интегрирование некоторых классов функций .....	79
2.10. Интегрирование простейших рациональных дробей.....	79
2.11. Разложение правильных несократимых рациональных дробей на сумму простейших дробей .....	93
2.12. Интегрирование тригонометрических функций .....	101
2.13. Интегрирование некоторых иррациональных функций .....	112
2.14. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл .....	122
2.15. Свойства определенного интеграла .....	123
2.16. Оценки определенных интегралов .....	125
2.17. Теорема о среднем для определенного интеграла .....	127
2.18. Интеграл с переменным верхним пределом .....	128
2.19. Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона – Лейбница .....	129
2.20. Замена переменной в определенном интеграле .....	130
2.21. Определенное интегрирование по частям .....	133
2.22. Несобственные интегралы.....	134
2.23. Несобственные интегралы с бесконечными пределами .....	134
2.24. Несобственные интегралы от неограниченных функций.....	142
2.25. Приложения определенных интегралов .....	147
2.26. Интегралы, зависящие от параметра.....	148
2.27. Приближенное вычисление определенных интегралов.....	151
Контрольные вопросы и задачи .....	156
<b>ГЛАВА 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ АРГУМЕНТОВ .....</b>	<b>161</b>
3.1. Понятия окрестности точки на плоскости и в пространстве.....	163
3.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных .....	164
3.3. Частные и полное приращения функции нескольких переменных .....	167

3.4. Частные производные и частные дифференциалы .....	169
3.5. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал .....	170
3.6. Дифференцирование сложной функции .....	173
3.7. Неявные функции. Производные неявной функции .....	177
3.8. Производная по направлению .....	180
3.9. Градиент (градиент скалярного поля) .....	182
3.10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (случай функции двух переменных) .....	183
3.11. Частные производные высших порядков .....	186
3.12. Дифференциалы высших порядков .....	188
3.13. Формула Тейлора для функции двух переменных .....	189
3.14. Экстремум функции двух переменных .....	191
3.15. Метод наименьших квадратов .....	196
3.16. Условный экстремум (Метод множителей Лагранжа) .....	199
3.17. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в заданной области .....	202
3.18. Интегралы, зависящие от параметра .....	206
Контрольные вопросы и задачи .....	207
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	209
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	210