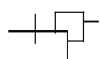




МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ



А. В. Колесниченко, М. Я. Маров

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И САМООРГАНИЗАЦИЯ

**ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
КОСМИЧЕСКИХ И ПРИРОДНЫХ СРЕД**

5-е издание, электронное



Москва
Лаборатория знаний
2025

УДК 52+51
ББК 22.63в6
К60

Серия основана в 2009 г.

Колесниченко А. В.

К60 Турбулентность и самоорганизация. Проблемы моделирования космических и природных сред / А. В. Колесниченко, М. Я. Маров. — 5-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2025. — 651 с. — (Математическое моделирование). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-854-8

Монография посвящена разработке континуальных моделей турбулизированных природных сред — моделей, лежащих в основе постановок и численных расчетов задач, связанных с образованием, структурой и эволюцией различных астро- и геофизических объектов. Стохастические модельные подходы к соответствующим задачам рассмотрены как отражение процессов самоорганизации в диссипативных открытых системах. Приведены примеры возникновения упорядоченностей в различных космических объектах и природных средах в процессе их эволюции.

Для научных сотрудников, работающих в областях астрофизики, геофизики, планетологии, аэрономии и космических исследований, а также для студентов старших курсов и аспирантов соответствующих специальностей.

УДК 52+51
ББК 22.63в6

Деривативное издание на основе печатного аналога: Турбулентность и самоорганизация. Проблемы моделирования космических и природных сред / А. В. Колесниченко, М. Я. Маров. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. — 632 с. : ил., [16] с. цв. вкл. — (Математическое моделирование). — ISBN 978-5-94774-899-4.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-854-8

© Лаборатория знаний, 2015

Оглавление

Предисловие	10
ГЛАВА 1	
Турбулентный хаос и самоорганизация в космических и природных средах	23
§ 1.1. Турбулентное движение жидкости. Общие положения	24
1.1.1. Физическая природа турбулентности и сценарии ее возникновения (26).	
1.1.2. Развитая турбулентность. Теория Колмогорова (32). 1.1.3. О спектре раз-	
витой турбулентности (36). 1.1.4. Турбулентная диффузия (38). 1.1.5. Геофизиче-	
ская турбулентность (41). 1.1.6. О некоторых методах моделирования турбулент-	
ности (43).	
§ 1.2. Хаос и самоорганизация в динамических системах	46
1.2.1. Элементы стохастической динамики (47). 1.2.2. Соотношения порядка и	
турбулентного хаоса (55). 1.2.3. Возникновение упорядоченности в турбулентных	
течениях. Стохастико-термодинамическая модель (62).	
§ 1.3. Космические среды: примеры самоорганизации	63
1.3.1. Динамическая астрономия. Общие положения (64). 1.3.2. Солнечная си-	
стема: Динамические свойства (67). 1.3.3. Солнечная система: Природа планет и	
спутников (70). 1.3.4. Атмосферы Земли и планет (104). 1.3.5. Природа и динамика	
малых тел (116). 1.3.6. Протопланетные аккреционные диски (125). 1.3.7. Эволю-	
ция космических объектов во Вселенной (133).	
ГЛАВА 2	
Основы математического моделирования реагирующих смесей газов . .	142
§ 2.1. Исходные законы сохранения и балансовые уравнения для регу-	
лярного движения газовой смеси	143
2.1.1. О моделях сплошных сред (143). 2.1.2. Общее уравнение баланса (146).	
2.1.3. Уравнения баланса массы реагирующей смеси газов (148). 2.1.4. Уравнение	
движения многокомпонентной газовой смеси (150). 2.1.5. Уравнения энергетиче-	
ского баланса (151). 2.1.6. Уравнение баланса внутренней энергии среды (153).	
2.1.7. Термическое уравнение состояния (155).	
§ 2.2. Второй закон термодинамики. Возникновение энтропии в вязких	
теплопроводных газовых смесях	156
2.2.1. Принцип Онзагера (157). 2.2.2. Уравнение баланса энтропии и производство	
энтропии в реагирующих газовых смесях (162).	

§ 2.3. Определяющие соотношения для потоков диффузии, тепла и тензора вязких напряжений 164

2.3.1. Линейные кинематические материальные уравнения (165). 2.3.2. Вязкое течение изотропной жидкости (166). 2.3.3. Теплопроводность, диффузия и перекрестные эффекты (167). 2.3.4. Соотношения Стефана—Максвелла для многокомпонентной диффузии (171). 2.3.5. Формулы для определения многокомпонентных коэффициентов диффузии через бинарные коэффициенты (179).

ГЛАВА 3

Замкнутая система гидродинамических уравнений для описания турбулентных движений многокомпонентных сред 181

§ 3.1. Основные понятия и уравнения механики турбулентности для смеси реагирующих газов 182

3.1.1. Выбор оператора осреднения (184). 3.1.2. Законы сохранения массы и импульса для осредненного движения (188). 3.1.3. Энергетика турбулентного потока (193). 3.1.4. Уравнение притока тепла для осредненного движения смеси (194). 3.1.5. Уравнение состояния для турбулизованной смеси в целом (201). 3.1.6. Проблема замыкания осредненных уравнений смеси (202).

§ 3.2. Реологические соотношения для турбулентных потоков диффузии, тепла и тензора рейнольдсовых напряжений 205

3.2.1. Уравнение баланса средневзвешенной энтропии смеси (206). 3.2.2. Уравнение баланса энтропии и производство энтропии для подсистемы турбулентного хаоса (210). 3.2.3. Балансовое уравнение для суммарной энтропии турбулизованного континуума (213). 3.2.4. Линейные замыкающие соотношения для турбулизованной многокомпонентной смеси газов (216). 3.2.5. Формулы для определения корреляций, включающих пульсацию плотности (221). 3.2.6. Реологические соотношения для турбулентных потоков диффузии и тепла в случае сильно развитой турбулентности (224).

§ 3.3. Моделирования коэффициентов турбулентного переноса. Масштаб турбулентности 227

3.3.1. Градиентная гипотеза (228). 3.3.2. Моделирование первого приближения для коэффициентов турбулентного переноса (232). 3.3.3. Дифференциальная модель Колмогорова—Прандтля [b — L -модель] (236). 3.3.4. Уравнения для масштаба турбулентности. Модель с двумя уравнениями переноса (239).

ГЛАВА 4

Дифференциальные модели замыкания осредненных гидродинамических уравнений для турбулентной химически активной сплошной среды . . . 243

§ 4.1. Неравновесная аррениусова кинетика в турбулизованном потоке 246

4.1.1. Элементы неравновесной аррениусовой кинетики (247). 4.1.2. Осреднение скоростей неравновесных химических реакций (249). 4.1.3. Формула для корреляционных моментов, включающих пульсации источника вещества за счет химических реакций (254).

§ 4.2. Модельные уравнения переноса вторых моментов для многокомпонентной газовой смеси 256

4.2.1. Общий вид уравнения переноса одноточечных вторых моментов для турбулизованной смеси (256). 4.2.2. Уравнения переноса тензора турбулентных напряжений для многокомпонентной среды с переменной плотностью (259). 4.2.3. Уравнения переноса турбулентных потоков диффузии и тепла для многокомпонентной среды с переменной плотностью (267). 4.2.4. Уравнения переноса и диссипация скалярных вторых моментов для многокомпонентной среды с переменной плотностью (271).

§ 4.3. Алгебраические модели замыкания для многокомпонентной химически активной среды 275

4.3.1. Локально равновесное приближение (K -теория турбулентности химически реагирующей газовой смеси) (275). 4.3.2. Квазиравновесное приближение (278).

ГЛАВА 5

Стохастико-термодинамическое моделирование развитой структурированной турбулентности 280

§ 5.1. Синергетический подход к описанию стационарно-неравновесной турбулентности 285

5.1.1. Система гидродинамических уравнений масштаба среднего движения для однокомпонентной сжимаемой жидкости (286). 5.1.2. Термодинамика структурированной турбулентности. Внутренние пульсирующие координаты подсистемы турбулентного хаоса (289). 5.1.3. Балансовое уравнение для суммарной энтропии подсистем осредненного движения и структурированного турбулентного хаоса (303). 5.1.4. Стационарно-неравновесное состояние турбулентного поля. Определяющие соотношения для структурированной турбулентности (305). 5.1.5. Принцип Пригожина. Термодинамический вывод уравнений Фоккера—Планка—Колмогорова (308). 5.1.6. Примеры уравнений Фоккера—Планка—Колмогорова, описывающих эволюцию пульсирующих характеристик турбулентного хаоса (310).

§ 5.2. Исследование самоорганизации турбулентного хаоса на основе стохастических уравнений Ланжевена 318

5.2.1. Стохастический подход к изучению эволюции турбулентного хаоса. Гауссовский процесс (320). 5.2.2. Стохастические уравнения Ланжевена в пространстве внутренних координат (326). 5.2.3. Неравновесные стационарные состояния турбулентного хаоса (328). 5.2.4. Термодинамическая устойчивость стационарных состояний и критические стационарные состояния (334). 5.2.5. Эффекты перемещаемости (341).

§ 5.3. Уравнение ФПК дробного порядка для описания турбулентного хаоса, обладающего памятью 345

5.3.1. Принцип причинности для немарковских процессов в подсистеме турбулентного хаоса (347). 5.3.2. Дробный интеграл и дробная производная (вводные сведения) (351). 5.3.3. Уравнение ДФПК для описания эволюционных процессов во фрактальном времени (354).

ГЛАВА 6

Самоорганизация развитой турбулентности и механизмы формирования когерентных структур 356**§ 6.1. Роль неравновесных фазовых переходов в структурировании гидродинамической турбулентности 358**

6.1.1. Основной математический аппарат (361). 6.1.2. H -теорема для стационарных состояний (367). 6.1.3. Феноменология мелкомасштабной турбулентности (371). 6.1.4. Модельные стохастические дифференциальные уравнения и уравнение Фоккера—Планка—Колмогорова для скорости диссипации турбулентной энергии (376). 6.1.5. Фазовые переходы, индуцированные мультипликативным шумом турбулентного хаоса (378). 6.1.6. Анализ математической модели Ферхюльста для диссипации турбулентной энергии (381).

§ 6.2. Возникновение структурированной турбулентности за счет механизма фазовой синхронизации 384

6.2.1. Устойчивые предельные циклы и связанная с ними синхронизация периодических автоколебаний (приближение фазовой динамики) (388). 6.2.2. Механизм образования мезомасштабных когерентных структур (кластеров) в подсистеме турбулентного хаоса (393). 6.2.3. Уравнения фазовой динамики (396). 6.2.4. Решение стохастических уравнений для разности фаз колебаний синхронизируемого кластера в стационарном состоянии (400).

ГЛАВА 7

Основы механики гетерогенных сред для аккреционных дисков 405**§ 7.1. Теоретические предпосылки к моделированию эволюции аккреционных турбулизированных дисков 406**

7.1.1. Предварительные замечания (406). 7.1.2. Основные допущения модели (412).

§ 7.2. Исходные уравнения механики гетерогенных сред в допланетном газопылевом облаке 415

7.2.1. Межфазная диффузия. Коэффициент аэродинамического сопротивления пылевых частиц диска (419). 7.2.2. Учет многофракционности пыли. Кинетическое уравнение коагуляции (425). 7.2.3. Уравнение сохранения количества движения газопылевого вещества и излучения (430). 7.2.4. Уравнение притока тепла для гетерогенной газопылевой среды и радиации в диске (433). 7.2.5. Термодинамическое уравнение состояния вещества диска (437). 7.2.6. Уравнение переноса излучения для газопылевого диска. Оптические свойства пылинок (438). 7.2.7. Базовая система ламинарных уравнений движения газопылевой дисковой среды (442).

§ 7.3. Осредненные уравнения двухфазной механики для описания турбулизованного газопылевого диска 444

7.3.1. Осредненные уравнения баланса масс газопылевого вещества. Коэффициент турбулентного переноса (447). 7.3.2. Осредненное уравнение коагуляции Смолуховского (453). 7.3.3. Осредненное уравнение движения для газопылевой дисковой среды (455). 7.3.4. Уравнение баланса для осредненной внутренней энергии газовзвеси (458). 7.3.5. Балансовые энергетические уравнения дискового вещества (462). 7.3.6. Моделирование коэффициента турбулентной вязкости в пылевом субдиске (470).

§ 7.4. Стационарные движения в турбулизированном газопылевом суб-
диске 479

7.4.1. Аксиально-симметричное движение в газопылевом диске (480). 7.4.2. Коэффициент турбулентной вязкости в газопылевом диске (486). 7.4.3. Режим предельного насыщения вращающегося газопылевого диска с мелкодисперсными пылевыми частицами (489). 7.4.4. Решение уравнения кинетики коагуляции методом моментов (493).

ГЛАВА 8

Влияние гидродинамической спиральности на эволюцию турбулентности в аккреционном диске 498

§ 8.1. Некоторые теоретические предпосылки к моделированию гидродинамической спиральности 498

§ 8.2. Энергетический каскад в изотропной турбулентности с отражательной симметрией 503

8.2.1. Уравнения турбулентного хаоса при наличии среднего течения (504). 8.2.2. Законы сохранения в локально изотропной турбулентности (506). 8.2.3. Динамика завихренности и каскад энергии (507). 8.2.4. Двумерная турбулентность (509).

§ 8.3. О каскадах энергии и спиральности в дисковой отражательно-неинвариантной турбулентности 510

8.3.1. Нарушение зеркальной симметрии в протопланетном диске (510). 8.3.2. Влияние спиральности на энергетический каскад (512). 8.3.3. Генерация гидродинамической спиральности во вращающемся диске (515).

§ 8.4. Отрицательная вязкость по вращающейся дисковой турбулентности как проявление каскада спиральности 518

8.4.1. Затруднения теории переноса количества движения (518). 8.4.2. Отрицательная вязкость (термодинамический подход) (520). 8.4.3. Вращательная вязкость (522).

ГЛАВА 9

Термодинамическая модель МГД-турбулентности и некоторые ее приложения к аккреционным дискам 527

§ 9.1. Исходные уравнения магнитной гидродинамики для моделирования структуры диска и его короны 528

9.1.1. Уравнение магнитной индукции (528). 9.1.2. Уравнения сохранения массы и количества движения (531). 9.1.3. Различные формы уравнений энергии и притока тепла для электропроводной среды (533). 9.1.4. Уравнения состояния (537).

§ 9.2. Уравнения турбулентного движения проводящей среды в присутствии магнитного поля 538

9.2.1. Осредненное уравнение неразрывности (539). 9.2.2. Уравнение магнитной индукции для средних полей (540). 9.2.3. Осредненное уравнение движения (541). 9.2.4. Энергетические уравнения масштаба среднего движения для электропроводного вещества (543). 9.2.5. Уравнения для магнитной энергии турбулизированной плазмы (546).

§ 9.3. Вывод определяющих соотношений для турбулентных течений электропроводной среды в присутствии магнитного поля . . .	551
9.3.1. Уравнение баланса для осредненной энтропии проводящей среды (552).	
9.3.2. Уравнения баланса энтропии и производство энтропии для подсистемы турбулентного хаоса проводящей среды (553).	
9.3.3. Балансовое уравнение для суммарной энтропии (555).	
9.3.4. Стационарно-неравновесный режим подсистемы турбулентного хаоса. Вывод определяющих соотношений (557).	
9.3.5. Вывод поправочной функции к коэффициенту турбулентной вязкости для проводящей среды с переменной плотностью (562).	
§ 9.4. Моделирование коэффициентов турбулентного переноса в тонком аккреционном диске	566
9.4.1. Закон вязкости в тонких кеплеровских дисках (568).	
9.4.2. Моделирование коэффициента турбулентной вязкости в протопланетном диске конечной толщины (572).	
З а к л ю ч е н и е	576
П р и л о ж е н и е. Элементы тензорного исчисления	578
С п и с о к л и т е р а т у р ы	581