

УДК 531  
ББК 22.236.32  
А 661



Издание осуществлено при поддержке Российского фонда  
фундаментальных исследований по проекту № 10-01-07045

# **Андронов В. В., Журавлёв В. Ф.**

Сухое трение в задачах механики. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. — 184 с.

В монографии рассматриваются в историческом и содержательном аспектах закономерности сил сухого трения и способы их аналитического описания в задачах механики. Обращается внимание на часто встречающуюся практику расширительного применения закона Кулона — прямое перенесение закона на случаи, в которых отсутствуют условия для его выполнения. В механике систем с сухим трением это привело к ряду ошибочных выводов и заключений. Развивается теория систем с сухим трением, основанная на адекватном применении закона Кулона, учитывающем наличие взаимосвязи между силовыми компонентами сухого трения. Наряду с общими результатами в монографии содержится решение и анализ большого количества конкретных прикладных задач в области колебаний, вибрационной технологии, управления движением.

**ISBN 978-5-93972-856-0**

© В. В. Андронов, В. Ф. Журавлёв, 2010

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Предисловие.....</b>	<b>5</b>
<b>Введение.....</b>	<b>8</b>
§1. Закон Кулона .....	8
§2. Посткулоновские уточнения модели сухого трения .....	10
§3. Критика Пэнлеве закона сухого трения Кулона .....	12
§4. Трение качения.....	15
§5. Дифференциальные уравнения с разрывными правыми частями Определение решения по Филиппову и Каратеодори .....	19
§6. Метод осреднения.....	21

### ГЛАВА 1.

#### **ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ С ОДНОМЕРНЫМ СУХИМ ТРЕНИЕМ .....**

<b>.....</b>	<b>39</b>
§1. Автоколебания на бесконечной ленте, маятник Фроуда .....	39
§2. Модель автоколебаний с наклонной упругой силой .....	46
2.1. Модифицированная модель фрикционных автоколебаний.....	47
2.2. Уравнения движения .....	49
2.3. Автоколебания без отрыва от ленты.....	50
2.4. Автоколебания с участком свободного движения .....	52
2.5. Автоколебания без интервала относительного покоя.....	57
2.6. Числовой пример .....	58
§3. Автоколебательный износ фрикционной пары.....	60
§4. Точка на наклонной плоскости.....	65
§5. Точка на вращающейся плоскости.....	68

### ГЛАВА 2.

#### **ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО СУХОГО ТРЕНИЯ ПОСРЕДСТВОМ УПРАВЛЕНИЯ КИНЕМАТИКОЙ .....**

<b>.....</b>	<b>75</b>
§1. Явление преобразования сухого трения (эффект Жуковского) .....	75
§2. Системы с преобразованным сухим трением .....	78
§3. Динамика ползуна на движущейся ленте.....	80
§4. Колебания системы с демпфером преобразованного сухого трения.....	84
§5. Оптимальное управление кинематикой.....	91

**ГЛАВА 3.****СИСТЕМЫ С ДИНАМИЧЕСКИ ПРЕОБРАЗОВАННЫМ СУХИМ ТРЕНИЕМ.....**

§1. Вибрационное перемещение вдоль плоскости, совершающей тангенциальные колебания .....	97
§2. Перемещение тела по импульсно возмущенной плоской поверхности.....	107
§3. Виброперемещение вдоль плоскости с ограничителями.....	114
§4. Динамика «прыгающего» стержня.....	119

**ГЛАВА 4.****ТЕОРИЯ ПОЛИКОМПОНЕНТНОГО СУХОГО ТРЕНИЯ.....**

§1. Теория трения Контенсу .....	129
§2. Уточнение и развитие теории Контенсу.....	131
§3. Паде-разложения интегральных выражений для силовых компонент трения.....	133
§4. Некоторые частные случаи распределения напряжений в контакте .....	135
§5. Модели поликомпонентного трения.....	135
5.1. Двумерная модель трения для симметричных площадок контакта .....	136
5.2. Трехмерная модель трения для несимметричных площадок контакта.....	138
5.3. Зона застоя.....	142
5.4. Связанная пятимерная модель трения качения, верчения и скольжения.....	143
§6. Задачи с точечным и с протяженным контактом.....	144
6.1. Диск на наклонной плоскости .....	144
6.2. Тяжелый шар. Задача о бильярдной траектории .....	148
6.3. Волчок Томсона.....	152
6.4. Кельтский камень .....	160
6.5. Шимми.....	168
<b>Литература.....</b>	<b>177</b>