

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

С. Е. Биркган

Математическое моделирование

Учебное пособие

*Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по направлению
Электроника и микроэлектроника*

Ярославль 2012

УДК 519.8 (075.8)

ББК В183.5я73

Б 64

Рекомендовано

*Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2012 года*

Рецензенты:

кафедра математического анализа Ярославского государственного
педагогического университета им. К. Д. Ушинского;
Проказников А. В., д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник ИМИ РАН

Биркган, С. Е. Математическое моделирование: учебное
Б 64 пособие / С. Е. Биркган; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. –
Ярославль: ЯрГУ, 2012. – 92 с.

ISBN 978-5-8397-0906-5

Учебное пособие посвящено моделированию взаимодействия ионов с поверхностью – одной из фундаментальных проблем физики, микро- и наноэлектроники, и моделям цифровой обработки сигналов, используемым в современной электронике. Первая из этих проблем рассматривается с точки зрения изменения морфологии поверхности при ионном облучении и приводит к нелинейным дифференциальным уравнениям в частных производных. Вторая – с точки зрения теории цифровой фильтрации – основной составляющей цифровой обработки сигналов, приводящей к дискретным разностным уравнениям. Рассмотрены классические и относительно новые результаты.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 210100.68 Электроника и наноэлектроника (дисциплины «Методы математического моделирования» и «Математическое моделирование в наноэлектронике», блок М1), очной формы обучения.

УДК 519.8 (075.8)

ББК В183.5я73

ISBN 978-5-8397-0906-5

© Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова, 2012

Оглавление

Введение	5
1. Моделирование в задачах микро- и нанoeлектроники	7
1.1. Моделирование взаимодействия ионов с поверхностью	7
1.1.1. Уравнение Больцмана	10
1.1.2. Модели динамики рельефа поверхности, облучаемой ионами ...	12
1.1.2.1. Общие закономерности выхода распыленных атомов	13
1.1.2.2. Зависимость коэффициента распыления от энергии	16
1.1.2.3. Угловая зависимость выхода распыленных атомов	19
1.1.2.4. Распылительная модель и ее дифференциальные формы ...	21
1.1.2.5. Уравнение Бредли-Харпера	26
1.2. Исследование моделей динамики рельефа поверхностей	30
1.2.1. Исследование распылительных моделей	31
1.2.1.1. Вывод основных расчетных формул	31
1.2.1.2. Компьютерное моделирование и визуализация результатов	33
1.2.1.3. 3D визуализация результатов моделирования	38
1.2.2. Возникновение “ripple” структур в модели Бредли-Харпера	39
Литература	43
2. Моделирование в задачах цифровой обработки сигналов	45
2.1. Моделирование цифровых устройств разностными уравнениями ...	45
2.2. Начальные понятия теории дискретных разностных уравнений	47
2.3. Разностные уравнения первого порядка	50
2.4. Разностные уравнения второго порядка	52
2.5. Методы решения разностных уравнений	55
2.5.1. Оценка скорости роста решений	55
2.5.2. Применение Z-преобразования	56
2.5.3. Алгебраический метод решения однородных уравнений	60
2.5.4. Метод вариации произвольной постоянной	62
2.5.5. Разностные уравнения с правой частью в виде квазиполинома	65
2.5.6. Применение функции Грина	67
2.6. Устойчивость решений разностных уравнений	69
2.6.1. Устойчивость уравнений с постоянными коэффициентами	71
2.6.2. Алгебраические методы анализа устойчивости ..	71
2.6.3. Частотные методы анализа устойчивости	73
2.6.4. Теорема Флоке-Ляпунова и устойчивость решений	74
2.6.5. Устойчивость решений уравнений с малым параметром	76

2.6.6. Теорема об устойчивости по первому приближению	78
2.6.7. Устойчивость уравнений с гармоническими коэффициентами . .	79
2.6.7.1. Периодический случай	79
2.6.7.2. Почти периодический случай	84
2.7. Нелинейные разностные уравнения и хаос	85
2.7.1. Логистическое уравнение	86
2.7.2. Состояния равновесия логистического уравнения	87
2.7.3. Бифуркации удвоения периода и переход к хаосу	87
Литература	90