

Разработка и верификация энергетического метода расчета расщепления частот собственных колебаний кольцевых резонаторов гироскопических приборов

© Р.М. Киселев, Ф.Д. Сорокин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

Предложен энергетический метод для расчета расщепления частоты собственных колебаний резонатора микромеханического гироскопа кольцевой формы. Известно, что расщепление собственной частоты, на которой работает прибор, приводит к существенному снижению его точности, поэтому знание величины расщепления важно для практики. Традиционным способом расчета расщепления является исследование дифференциальных уравнений колебаний динамически несимметричного упругого кольца в сочетании с методом возмущений. Вместо анализа дифференциальных уравнений предложено рассчитывать расщепление на основе выражений для потенциальной и кинетической энергий вибрирующего кольца. Математический аппарат при этом значительно упрощается, так как вычисления сводятся к традиционным матричным операциям. Выполнен анализ влияния дефектов резонатора на расщепление. Результаты успешно верифицированы по литературным источникам.

Ключевые слова: инерциальная навигация, микромеханический гироскоп, кольцевой резонатор, расщепление частоты собственных колебаний, погрешность измерений

Введение. Кольцевые резонаторы широко применяются в качестве чувствительного элемента в микромеханических гироскопах (ММГ) и твердотельных волновых гироскопах (ТВГ) [1, 2]. Указанные гироскопы являются датчиками определения угловых скоростей и углов поворота. Как правило, ММГ и ТВГ объединяются в инерциально-навигационную систему (ИНС), состоящую из трех ортогонально расположенных гироскопов и акселерометра, а также вспомогательных элементов [3, 4]. В свою очередь, ИНС используется для автономного определения ориентации и перемещения объектов в инерциальном пространстве. Широкое применение ИНС нашли в системах с краткосрочной навигацией — в беспилотных летательных аппаратах [5], робототехнике [6], прецизионных станках [7], космических аппаратах [8], а также в устройствах, в которых не требуется высокая точность измерений [9]: смартфонах, планшетах, «умных» часах и т. д.

Преимущества ММГ и ТВГ заключаются в их низкой стоимости, простоте, технологичности, автономности, малых габаритах, низком энергопотреблении. К недостаткам ММГ и ТВГ относятся существенное влияние дефектов на точность измерений и ярко выраженная зависимость погрешностей прибора от температуры, времени работы, давления и внешнего воздействия. Для оценки влияния

дефектов на качественные показатели работы ММГ и ТВГ необходимо математически описать динамику неидеального резонатора гироскопа, поскольку резонатор является основным рабочим элементом гироскопа и непосредственно от резонатора поступает информация о положении тела в инерциальном пространстве.

Основной проблемой инерциальных датчиков определения угловых скоростей, к которым относятся и кольцевые гироскопы, является существенное накопление погрешности измерения в зависимости от времени запуска. По этой причине данный класс датчиков используется преимущественно в краткосрочной навигации и в устройствах, в которых не требуется высокая точность измерений [10].

Главной причиной низкой точности измерений кольцевых гироскопов является сильная чувствительность резонатора гироскопа к дефектам и диссипации энергии. Вследствие различных дефектов, связанных с непостоянностью механических характеристик материала резонатора и технологическими нарушениями, возникает расщепление частот собственных колебаний резонатора (далее — просто «расщепление»), которое приводит к возникновению неестественной прецессии рабочей формы колебаний резонатора и, как следствие, к снижению точности инерциальных измерений [11]. Одним из методов уменьшения расщепления является балансировка гироскопа, которая назначается в соответствии с результатами исследования динамики дефектного резонатора [12].

Цель данной работы — продемонстрировать энергетический метод (ЭМ) расчета расщепления собственных частот неидеального кольцевого резонатора ММГ или ТВГ. В качестве критерия для оценки качества измерений прибора выбрано расщепление, вызванное неидеальностью механических характеристик или неравномерным распределением плотности материала. Математическая модель строилась на традиционной расчетной схеме упругого кольца [13].

Математическая модель неидеального кольцевого резонатора. Кольцевой резонатор микромеханического гироскопа (рис. 1) является тонкостенной осесимметричной оболочкой постоянного радиуса с отношением толщины к радиусу от 1:100 до 1:20, поэтому для его описания могут быть использованы уравнения теории оболочек. Однако размеры поперечного сечения резонатора существенно меньше его диаметра, поэтому вполне пригодной оказывается гораздо более простая расчетная схема криволинейного стержня с круговой осью, которая и взята за основу в данной работе.

Рассмотрим колебания тонкостенного кольца (рис. 2).

При исследовании изгибных колебаний растяжимостью кольца можно пренебречь [13, 14], что приводит к условию нерастяжимости

$$\frac{\partial v}{R \partial \varphi} + \frac{w}{R} = 0. \quad (1)$$

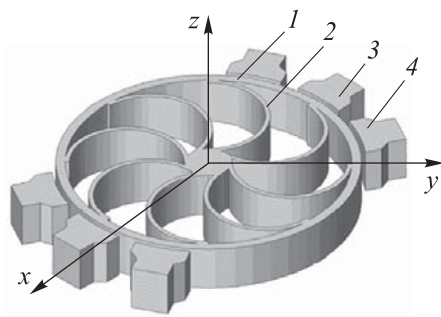


Рис. 1. Основные элементы гироскопа с кольцевым резонатором:
1 — резонатор; 2 — торсионы; 3 — электроды возбуждения; 4 — измерительные электроды

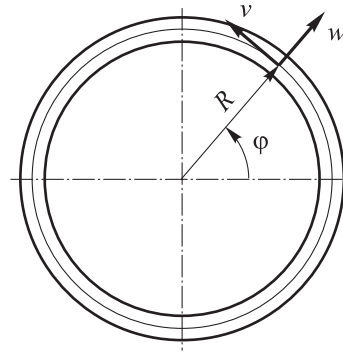


Рис. 2. Расчетная схема резонатора:
 R — радиус осевой линии сечения; v — окружное перемещение; w — радиальное перемещение; φ — полярный угол

Из уравнения (1) выразим радиальное перемещение w :

$$w = -\frac{\partial v}{\partial \varphi}. \quad (2)$$

Угол поворота сечения кольца [14]

$$\vartheta = \frac{v}{R} - \frac{\partial w}{R \partial \varphi}. \quad (3)$$

Из соотношений (2) и (3) следует,

$$\vartheta = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + v \right). \quad (4)$$

Приращение кривизны осевой линии кольца \varkappa равно производной угла поворота по дуге [13, 14]:

$$\varkappa = \frac{\partial \vartheta}{R \partial \varphi} = \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right). \quad (5)$$

Для вывода дифференциального уравнения (ДУ) колебаний резонатора запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии системы и воспользуемся принципом Гамильтона. Кинетическая энергия динамической системы

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right) \rho A R d\varphi = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} \left(\left(\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right) \rho A d\varphi, \quad (6)$$

где t — время; ρ — плотность материала; A — площадь поперечного сечения кольца.