

А.А. ПОПОВ

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
ЭКСПЕРИМЕНТА В ЗАДАЧАХ
СТРУКТУРНОЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ
ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ
МНОГОФАКТОРНЫХ СИСТЕМ**



**НОВОСИБИРСК
2 0 1 3**

УДК 519.242

П 58

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *Д.В. Лисицин*д-р техн. наук, профессор *Б.Ю. Лемешко***Попов А.А.**

П 58

Оптимальное планирование эксперимента в задачах структурной и параметрической идентификации моделей многофакторных систем : монография / А.А. Попов. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. – 296 с. (серия «Монографии НГТУ»).

ISBN 978-5-7782-2329-5

В монографии рассматривается оптимальное планирование эксперимента в контексте решения задач структурной и параметрической идентификации моделей многофакторных систем. Задача структурной идентификации регрессионных моделей с использованием тестовых выборок рассматривается совместно с задачами оптимального планирования эксперимента. Анализируется связь критериев оптимальности планов эксперимента и критериев качества моделей. Задача разбиения выборки на обучающую и проверочную части представлена с позиций теории оптимального планирования эксперимента. Развиваемый подход структурной оптимизации распространяется на объекты с качественными действующими факторами и с факторами смешанной природы. Исследуется вопрос идентифицируемости моделей дисперсионного анализа. Предлагается подход к решению задачи построения деревьев регрессии с номинальными, лингвистическими и разнотипными переменными. Описывается композиционный подход к построению моделей, адекватность которых подтверждается на проверочной выборке. Предлагается широкий класс ортогональных и композиционно-ортогональных планов эксперимента для полиномиальных моделей второго и третьего порядка. Описывается эффективный подход к решению задачи построения оптимальных планов эксперимента для моделей дисперсионного, ковариационного анализа и общих моделей с переключениями. Для задач параметрической идентификации моделей динамических систем рассматриваются алгоритмические и вычислительные аспекты планирования моментов наблюдений, входных сигналов, модели наблюдения, начальных условий и смешанных схем. Обсуждаются вопросы апробации теории оптимального планирования эксперимента при моделировании объектов стохастической динамической природы. Представлены способы вычисления информационной матрицы Фишера, свойства задачи синтеза оптимального плана входного сигнала.

Книга будет полезна студентам, аспирантам, научным сотрудникам и специалистам, сталкивающимся в своей деятельности с необходимостью решать задачи построения зависимостей при моделировании многофакторных объектов.

УДК 519.242

ISBN 978-5-7782-2329-5

© Попов А.А., 2013

© Новосибирский государственный
технический университет, 2013

A.A. POPOV

**OPTIMAL EXPERIMENT DESIGN
IN PROBLEMS OF STRUCTURAL
AND PARAMETRICAL IDENTIFICATION
OF MULTIFACTOR SYSTEM MODELS**



**NOVOSIBIRSK
2 0 1 3**

UDC 519.242

P 58

Reviewers:

Prof. *D.V. Lisitsyn*, D. Sc. (Eng.)

Prof. *B.Yu. Lemesko*, D. Sc. (Eng.)

Popov A.A.

P 58

Optimal experiment design in problems of structural and parametrical identification of multifactor system models : monograph / A.A. Popov. – Novosibirsk : NSTU Publisher, 2013. – 296 pp. («NSTU Monographs» series).

ISBN 978-5-7782-2329-5

The monograph deals with optimal experiment design in the context of structural and parametric identification of multifactor system models. The problem of structural identification of regression models using test samples is considered together problems of optimal experimental design. The relationship criteria of experiment design optimality and quality criteria of models are analyzed. The task of partitioning the sample into learning and test parts is considered in terms of the theory of optimal experiment design. The developed approach of structural optimization extends on objects with qualitative operating factors and factors of a mixed nature. The problem of identifiability of variance analysis models is considered. The approach to solving the problem of constructing regression trees with nominal, linguistic and mixed variables is proposed. A compositional approach to building models whose adequacy is confirmed by the test sample is described. A wide class of orthogonal and composite - orthogonal experiment designs for polynomial models of the 2nd and 3rd orders is proposed. An efficient approach to building optimal experiment designs for models of dispersion and covariance analyses and general models with switches is described. Algorithmic and computational aspects of planning observation time, input signals, observation models, initial conditions and mixed circuits are considered for problems of parametric identification of dynamic system models. The issues of testing the optimal experiment design theory while modeling stochastic dynamic objects are discussed. Computation methods of the Fisher information matrix and the properties of the problem of synthesizing an input signal optimal design are considered.

The book will be useful to students, graduate students, researchers and professionals who need to solve problems of building dependencies in the modeling of multifactorial objects.

UDC 519.242

ISBN 978-5-7782-2329-5

© Popov A.A, 2013

© Novosibirsk State Technical
University, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	7
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА	13
1.1. Критерии оптимальности планов эксперимента	13
1.2. Аналитическое и численное построение и сравнение оптимальных планов	18
1.2.1. Критерий E -оптимальности	18
1.2.2. Критерий A -оптимальности	22
1.2.3. Сравнение оптимальных планов	23
1.3. Композиционное планирование при полиномиальном описании поверхности отклика	28
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ АКТИВНОЙ СТРУКТУРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ	37
2.1. Критерии селекции моделей.....	37
2.2. Структурная идентификация моделей с использованием методов активного эксперимента.....	48
2.2.1. Выбор базовой модели при построении оптимальных планов	48
2.2.2. Структурная оптимизация с использованием критерия скользящего контроля	51
2.2.3. E -оптимальное планирование эксперимента в задачах структурной оптимизации	55
2.3. Разбиение выборки для внешних критериев с использованием методов планирования эксперимента.....	57
2.4. Композиционный подход к построению адекватных регрессионных моделей в схемах активного эксперимента.....	67

2.5. Структурная оптимизация регрессионных моделей в условиях группирования данных	76
2.6. Алгоритмы структурной оптимизации однооткликowych линейных регрессионных моделей	86
ГЛАВА 3. МЕТОДЫ АКТИВНОЙ СТРУКТУРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ С РАЗНОТИПНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ	93
3.1. Идентифицируемость линейных моделей с номинальными переменными	94
3.1.1. Идентифицируемость линейных моделей без взаимодействий	96
3.1.2. Идентифицируемость линейных моделей с взаимодействиями	98
3.2. Идентифицируемость линейных моделей с разнотипными переменными	101
3.2.1. Идентифицируемость линейных моделей с порядковыми факторами	102
3.2.2. Идентифицируемость непрерывно-дискретных моделей....	106
3.3. Оценивание параметров и ФДО в редуцированной модели	108
3.4. Планирование эксперимента для моделей с качественными и разнотипными переменными	122
3.5. Структурная оптимизация линейных моделей с качественными факторами.....	130
3.6. Построение деревьев регрессии на классе логических функций от номинальных, разнотипных и лингвистических переменных	134
3.6.1. Деревья регрессии на классе номинальных и разнотипных переменных	134
3.6.2. Деревья регрессии на классе лингвистических переменных	142
ГЛАВА 4. АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.....	153
4.1. Условия оптимальности планов эксперимента	153
4.2. Алгоритмы синтеза непрерывных оптимальных планов.....	163

4.3. Алгоритмы построения дискретных оптимальных планов.....	169
4.4. Последовательные схемы построения оптимальных планов эксперимента.....	175
ГЛАВА 5. ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ВИДЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	193
5.1. Модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений	193
5.2. Постановки задач планирования эксперимента для моделей динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений	196
5.3. Алгоритмические и вычислительные аспекты синтеза оптимальных планов	203
5.3.1. Планирование моментов наблюдения	203
5.3.2. Планирование оптимальных входных сигналов.....	206
5.3.3. Оптимальное планирование начальных условий	211
5.3.4. Оптимальное планирование модели наблюдения	212
5.3.5. Смешанные схемы.....	215
5.4. Оценивание неизвестных параметров, входящих в модель динамических систем	216
ГЛАВА 6. ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В ЗАДАЧАХ СТРУКТУРНОЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	223
6.1. Модели стохастических динамических систем и их идентификация	223
6.1.1. Модели передаточных функций.....	223
6.1.2. Модели в пространстве состояний.....	227
6.1.3. Задачи параметрической и структурной идентификации.....	229
6.2. Вычисление информационной матрицы Фишера для моделей динамических стохастических систем	233
6.2.1. Вычисление информационной матрицы Фишера для моделей передаточных функций	233

6.2.2. Вычисление информационной матрицы Фишера для линейной дискретной модели в пространстве состояния	235
6.2.3. Вычисление информационной матрицы Фишера для линейных управляемых непрерывно-дискретных систем	244
6.3. Оптимальное планирование входного сигнала для моделей стохастических систем. Свойства задачи. Примеры	245
6.3.1. Свойства задачи синтеза оптимального входного сигнала	245
6.3.2. Исследование алгоритмов синтеза оптимальных входных сигналов для стохастических динамических систем	249
6.4. Структурная и параметрическая идентификация стохастических моделей динамических систем	255
6.4.1. Структурная оптимизация моделей типа «вход–выход»	255
6.4.2. Идентификация моделей, заданных в пространстве состояний	258
Послесловие	265
Библиографический список	269

CONTENTS

Preface	7
CHAPTER 1. BASIC CONCEPTS OF THE THEORY OF OPTIMAL EXPERIMENT DESIGN	13
1.1. The criteria of experimental design optimality.....	13
1.2. Analytical and numerical construction and comparison of optimal designs	18
1.2.1. The E-optimality criterion	18
1.2.2. The A-optimality criterion.....	22
1.2.3. Comparison of optimal designs	23
1.3. Compositional design when the polynomial description surface response	28
CHAPTER 2. ACTIVE METHODS OF STRUCTURAL IDENTIFICATION OF LINEAR REGRESSION MODELS	37
2.1. Criteria for the selection of models	37
2.2. Structural identification of models using methods of active experiment	48
2.2.1. The choice of the base model when building optimal designs	48
2.2.2. Structural optimization using the cross validation criterion	51
2.2.3. The <i>E</i> -optimal experiment design in structural optimization problems	55
2.3. Sample splitting for external criteria using methods of experiment design	57
2.4. A compositional approach to building adequate regression models in active experiments	67

2.5. Structural optimization of regression models in terms of grouping data	76
2.6. Algorithms for structural optimization of single output linear regression models	86
CHAPTER 3. ACTIVE METHODS OF STRUCTURAL IDENTIFICATION OF LINEAR MODELS WITH DIFFERENT VARIABLES.....	
3.1. Identification of linear models with nominal variables	94
3.1.1. Identification of linear models without interactions.....	96
3.1.2. Identification of linear models with interactions	98
3.2. Identification of linear models with different variables	101
3.2.1. Identification of linear models with serial factors	102
3.2.2. Identification of discrete-continuous models.....	106
3.3. Estimation of parameters in reduced models.....	108
3.4. Planning of experiment for models with nominal and mixed variables.....	122
3.5. Structural optimization of linear models with qualitative factors....	130
3.6. Construction of regression tree logic functions on a class from the nominal, linguistic and mixed variables	134
3.6.1. Regression trees on a class of nominal and different type variables.....	134
3.6.2. Regression trees on a class of linguistic variables.....	142
CHAPTER 4. ALGORITHMS FOR OPTIMAL EXPERIMENT DESIGNS	
4.1. Conditions of optimality experiment designs	153
4.2. Algorithms for continuous optimal design synthesis.....	163
4.3. Algorithms for discrete optimal designs.....	169
4.4. A consistent design of optimal plans	175
CHAPTER 5. OPTIMAL EXPERIMENT DESIGN FOR IDENTIFICATION OF DYNAMIC SYSTEM MODELS IN THE FORM OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS.....	
5.1. Dynamic system models in the form of ordinary differential equations.....	193

5.2. Setting an optimal experiment design for models of dynamic systems in the form of ordinary differential equations.....	196
5.3. Algorithmic and computational aspects of optimal design synthesis	203
5.3.1. Planning of observation time.....	203
5.3.2. Planning of optimal input signals	206
5.3.3. Optimal planning of initial conditions.....	211
5.3.4. An optimal design model of observation.....	212
5.3.5. Mixed design	215
5.4. The estimation of parameters of dynamic system model	216
CHAPTER 6. OPTIMAL EXPERIMENT DESIGN IN PROBLEMS OF STRUCTURAL AND PARAMETRIC IDENTIFICATION OF STOCHASTIC DYNAMIC SYSTEMS	
6.1. Models of stochastic dynamic systems and their identification	223
6.1.1. Models in the form of the transfer function.....	223
6.1.2. Models in the state space	227
6.1.3. Problems of structural and parametric identification.....	229
6.2. Calculation of the Fisher information matrix for dynamic stochastic system models.....	233
6.2.1. The Fisher information matrix calculation for transfer function models	233
6.2.2. Calculation of the Fisher information matrix for linear discrete state space models.....	235
6.2.3. Calculation of the Fisher information matrix for linear controlled continuously-discrete systems	244
6.3. Optimal design input for stochastic system models. Properties of the problem.....	245
6.3.1. The properties of the problem of optimal input signal synthesis	245
6.3.2. The study of algorithms for synthesis of optimal input entrance signals for stochastic dynamic systems.....	249

6.4. Structural and parametric identification of stochastic dynamic system models	255
6.4.1. The structural optimization model of the «input–output» type.....	255
6.4.2. The identification of models in the state space.....	258
Afterword	265
References	269