

А

**ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ  
ПОВОЛЖСКИЙ РЕГИОН**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

№ 3 (23)

2012

**СОДЕРЖАНИЕ**

**МАТЕМАТИКА**

- 
- Смирнов Ю. Г., Куприянова С. Н., Валовик Д. В.* О распространении электромагнитных волн в цилиндрических неоднородных диэлектрических волноводах, заполненных нелинейной средой..... 3
- Бойков И. В., Бойкова А. И.* Применение метода гомотопии к решению обратных задач теории потенциала ..... 17
- Валовик Д. В., Смолькин Е. Ю.* Численное решение задачи о распространении электромагнитных ТМ-волн в круглом диэлектрическом волноводе, заполненном нелинейной средой..... 29
- Полянский Д. Ю.* Триангуляция плоских областей решением методом конечных элементов в форме Галеркина задачи Дирихле ..... 38
- Геращенко С. И., Геращенко С. М., Кучумов Е. В., Голотенков Н. О., Маркулева М. В., Кравцова С. П., Шпенглер Н. В.* Анализ и проверка адекватности выводов замкнутой системы интегродифференциальных уравнений, описывающих работу электрохимической ячейки ..... 47
- Зарембо Е. В.* Численный метод решения нелинейной краевой задачи на собственные значения для электромагнитных ТМ-волн, распространяющихся в слое с произвольной нелинейностью..... 59
- Ануфриева А. В., Игудесман К. Б., Тумаков Д. Н.* Дифракция упругой волны на слое с фрактальным распределением плотности ..... 73
- Медведик М. Ю.* Применение функций крышек для решения задачи дифракции электромагнитных волн на экранах сложной формы ..... 84
- Бойков И. В., Захарова Ю. Ф.* Приближенные методы решения сингулярных и гиперсингулярных интегродифференциальных уравнений.....99

**ФИЗИКА**

- 
- Масловская А. Г.* Исследование распределения поляризации в сегнетоэлектрических кристаллах на основе решения обратной задачи пирозффекта ..... 114
- Трегулов В. В.* Способ определения плотности поверхностных состояний в гетероструктурах CdS/Si(p) на основе анализа вольт-фарадных характеристик ..... 124

<b>Зюзин А. М., Салкин Д. А.</b> Изменение состояния ионов $\text{Eu}^{2+}$ в люминофорах $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ при отжиге в аргоне.....	133
<b>Гадомский О. Н., Алтунин К. К., Зубков Е. Г.</b> Радиационная теория металлического кластера.....	144
<b>Гадомский О. Н., Алтунин К. К., Русин А. А., Лебедев О. В.</b> Уменьшение естественной ширины атомных уровней в наноструктурных системах .....	153
<b>Кревчик В. Д., Разумов А. В., Козенко С. Е.</b> Эффект анизотропной передачи импульса фотона электронной системе в нанотрубке со спиральным дефектом в условиях внешнего магнитного поля.....	164
<b>Кревчик В. Д., Грунин А. Б., Рудин В. А.</b> Фотолюминесценция квантовой молекулы с резонансным $u$ -состоянием $D_2^-$ -центра во внешнем электрическом поле при наличии диссипативного туннелирования.....	172

# МАТЕМАТИКА

---



---

УДК 517.927, 517.968, 519.6

*Ю. Г. Смирнов, С. Н. Куприянова, Д. В. Валовик*

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ, ЗАПОЛНЕННЫХ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДОЙ<sup>1</sup>

*Аннотация.* Исследуются поверхностные электромагнитные ТЕ-волны, распространяющиеся в неоднородном диэлектрическом волноводе кругового сечения, заполненного средой с нелинейностью, выраженной законом Керра. Проблема сводится к нелинейному интегральному уравнению. Ядро интегрального уравнения выражается через функцию Грина линейного дифференциального оператора. Существование распространяющихся ТЕ-поляризованных волн доказывается с помощью принципа Шаудера и методом сжимающих отображений. Для численного решения задачи предложен итерационный алгоритм, доказана его сходимость. Доказано существование корней дисперсионного уравнения – постоянных распространения волновода. Получены условия, когда могут распространяться  $k$ -волны, указаны области локализации соответствующих постоянных распространения.

*Ключевые слова:* уравнения Максвелла, электромагнитные ТЕ-волны, круглый цилиндрический волновод, неоднородная нелинейная диэлектрическая проницаемость, нелинейное интегральное уравнение, задача на собственные значения.

*Abstract.* The article investigates surface electromagnetic TE waves propagating along the axis of an inhomogeneous dielectric nonlinear cylindrical waveguide. The nonlinearity inside the waveguide is described by Kerr law. Physical problem is reduced to a nonlinear integral equation. The kernel of the integral equation is the Green function for a linear differential operator. Existence of surface waves is proved with the help of the Schauder principle and the contraction method. For numerical solution of the problem an iteration method is suggested. Convergence of the numerical method is proved. It is also proved that the roots of the dispersion equation exist. These roots are propagation constants. Conditions when  $k$  propagating modes exist are found. Domains of localization of the propagation constants are given.

*Key words:* Maxwell's equations, electromagnetic TE waves, circle cylindrical waveguide, inhomogeneous nonlinear permittivity, nonlinear integral equation, boundary eigenvalue problem.

Распространение светового луча в однородной нелинейной среде или в волноведущей структуре с нелинейной средой, описываемой по закону Керра, активно исследуется в течение последних двух десятилетий [1–8]. Эффекты самофокусировки и «самоканализации» луча в лазерах и оптоэлектронных устройствах также изучаются и применяются на практике [8–11].

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-01-00330) и Гранта Президента РФ (МК-2074.2011.1).