

УДК 514(075.8)
ББК 22.151я73
А 724

Утверждено к печати
редакционно-издательским советом
Бурятского государственного университета

Рецензенты

Л. А. Бохоева
д-р техн. наук, профессор ВСГУТУ
Б. В. Заятуев
канд. физ.-мат. наук, доцент БГУ

Антонова Л. В.
А 724 **Проективная геометрия:** учеб. пособие / Л. В. Антонова, Т. В. Бурзалова. — Улан-Удэ: Изд-во Бурятского государственного университета, 2016. — 148 с.
ISBN 978–5–9793–0858–6

Пособие включает конспекты лекций по проективной геометрии, которые читаются авторами студентам математических факультетов университетов. Геометрия проективного пространства изложена в векторном виде по схеме Вейля. Пособие содержит два раздела: Синтетическая геометрия и аналитическая геометрия проективного пространства.

Предназначено для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.01 Математика, 01.20.3.01 Математика и компьютерные науки.

УДК 514(075.8)
ББК 22.151я73

ISBN 978–5–9793–0858–6 © Бурятский госуниверситет, 2016

Содержание

Предисловие	3
О возникновении проективной геометрии	4

РАЗДЕЛ I. СИНТЕТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Глава 1. Проективное пространство в схеме Вейля. Взаимное расположение прямых и плоскостей	9
§ 1.1. Понятие проективного пространства. Взаимное расположение прямых в P^2 и P^3	9
§ 1.2. Модели проективного пространства	13
§ 1.3. Принцип двойственности. Малый принцип двойственности	20
§ 1.4. Теорема Дезарга	21
Глава 2. Проективные отображения. Проективные преобразования	25
§ 2.1. Проективное отображение пространств	25
§ 2.2. Основная теорема о проективных отображениях	28
§ 2.3. Перспективное отображение гиперплоскостей пространства. Теорема Рейе	29
§ 2.4. Признак перспективного отображения	32
§ 2.5. Проективные преобразования прямой. Инволюция	33
§ 2.6. Проективные преобразования плоскости. Гомология	36

РАЗДЕЛ II. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Глава I. Проективные координаты	41
§ 1. Проективный репер. Координаты точек на проективной плоскости и на проективной прямой	41
§ 2. Уравнение прямой. Координаты прямой	46
§ 3. Формулы преобразования однородных координат	49
§ 4. Теорема Дезарга на плоскости	53
§ 5. Сложное отношение четырёх точек на плоскости. Свойства	55
§ 6. Сложное отношение четырёх прямых пучков	60
§ 7. Полный четырёхвершинник. Гармоническая четвёрка точек	62
Глава 2. Кривые второго порядка	66
§ 1. Определение кривых второго порядка. Точки пересечения прямой и кривой второго порядка на проективной плоскости	66
§ 2. Классификация линии второго порядка	68
§ 3. Полярное соответствие относительно линии второго порядка. Полус и поляры	71
§ 4. Конструктивное определение поляры	76

§ 5. Теорема Штейнера	77
§ 6. Теорема Паскаля и теорема Бриансона	80
Глава 3. Аффинная, евклидова геометрия с проективной точ- ки зрения	83
§ 1. Проективная плоскость с фиксированной прямой	83
§ 2. Аффинная геометрия с проективной точки зрения	85
§ 3. Евклидова геометрия с проективной точки зрения	86

СИСТЕМА ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ

РАЗДЕЛ 1. СИНТЕТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Глава 1. Проективное пространство в схеме вейля. Взаимно однозначное расположение прямых и плоскостей

§ 1. Понятие проективного пространства. Взаимное расположение точек прямых в P^2 и P^3	91
§ 2. Теорема Дезарга. Принцип двойственности	92

Глава 2. Проективные отображения. Проективные преобра- зования

§ 1. Проективное отображение	97
§ 2. Проективное отображение прямых. Инволюция	100

РАЗДЕЛ 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Глава 1. Проективные координаты

§ 1. Проективный репер. Однородные проективные координаты точки	103
§ 2. Уравнение прямой на проективной плоскости	106
§ 3. Формулы преобразования проективных однородных коорди- нат (формулы перехода от одного репера к другому)	110
§ 4. Перспективное и проективное отображения прямых и пучков. Инволюция	113
§ 5. Сложное отношение четырех точек на плоскости. Свойства	116
§ 6. Полный четырехвершинник. Гармоническая четверка точек	119

Глава 2. Кривые второго порядка

Проверочный тест к разделу 1	137
Проверочный тест к разделу 2	140
Итоговый тест	142
Библиографический список	145