

УДК 519.63 (075.8)  
3-156

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *М. Э. Рояк*  
канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник  
АО «ЕМ-Разведка» *М. В. Абрамов*

Работа подготовлена на кафедре прикладной математики НГТУ

**Задорожный А. Г.**

3-156 Особенности построения и тестирования конечноэлементных СЛАУ для одномерного уравнения эллиптического типа: учебное пособие / А. Г. Задорожный. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2022. – 88 с.

ISBN 978-5-7782-4816-8

В данном учебном пособии рассмотрены некоторые особенности построения и тестирования СЛАУ, получаемых при решении одномерных эллиптических краевых задач методом конечных элементов. Пособие может быть рекомендовано для подготовки студентов 3-го и 4-го курсов к практическим и курсовым заданиям по дисциплинам «Уравнения математической физики», «Метод конечных элементов» и «Численные методы».

УДК 519.63 (075.8)

ISBN 978-5-7782-4816-8

© Задорожный А. Г., 2022

© Новосибирский государственный  
технический университет, 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. Краевые задачи.....	4
1.1. Эллиптическая краевая задача .....	5
1.2. Краевые условия .....	6
1.2.1. Краевые условия первого рода.....	6
1.2.2. Краевые условия второго рода.....	6
1.2.3. Краевые условия третьего рода.....	7
1.2.4. Смешанные краевые условия .....	7
1.2.5. Однородные краевые условия .....	7
2. Одномерная эллиптическая задача .....	8
2.1. Одномерное эллиптическое уравнение .....	8
2.1.1. Декартовы координаты .....	9
2.1.2. Цилиндрические (полярные) координаты .	10
2.1.3. Сферические координаты .....	11
2.2. Конечноэлементные СЛАУ .....	12
2.2.1. Структура матрицы .....	13
2.2.2. Учет первых краевых условий в СЛАУ ....	14
2.2.3. Учет вторых краевых условий в СЛАУ ....	15
2.2.4. Учет третьих краевых условий в СЛАУ ....	15
2.3. Задание равномерных сеток .....	16
2.4. Пример задания краевых условий.....	17
2.4.1. Первого рода .....	18
2.4.2. Второго рода .....	18
2.4.3. Третьего рода .....	18

3. Линейные лагранжевы элементы .....	19
3.1. Структура глобальной СЛАУ .....	20
3.2. Декартова система координат .....	21
3.2.1. Тесты без учета краевых условий .....	21
3.2.2. Тесты с учетом краевых условий .....	26
3.3. Цилиндрическая система координат .....	31
3.3.1. Тесты без учета краевых условий .....	32
3.3.2. Тесты с учетом краевых условий .....	36
3.4. Сферическая система координат .....	41
3.4.1. Тесты без учета краевых условий .....	42
3.4.2. Тесты с учетом краевых условий .....	46
4. Квадратичные лагранжевы элементы .....	51
4.1. Структура глобальной СЛАУ .....	52
4.2. Декартова система координат .....	53
4.2.1. Тесты без учета краевых условий .....	54
4.2.2. Тесты с учетом краевых условий .....	58
4.3. Цилиндрическая система координат .....	63
4.3.1. Тесты без учета краевых условий .....	64
4.3.2. Тесты с учетом краевых условий .....	68
5. Кубические лагранжевы элементы .....	73
5.1. Структура глобальной СЛАУ .....	74
5.2. Декартова система координат .....	75
5.2.1. Тесты без учета краевых условий .....	76
5.2.2. Тесты с учетом краевых условий .....	80
Библиографический список .....	85