



РОССИЙСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ
АКАДЕМИЯ ТУРИЗМА

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Курс лекций

Под общей редакцией
профессора В. И. Горелова

*Рекомендовано
научно-методическим советом РМАТ*

Химки
2011

УДК 51
В93

Авторы:

*Горелов В. И., Ледащева Т. Н.,
Карелова О. Л., Ледащева О. Н.*

Рецензенты:

*Ю. Б. Башин, доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры менеджмента
и информационных технологий РМАТ;
И. М. Гостев, доктор технических наук,
профессор кафедры кибернетики
Московского института электронного машиностроения*

В93 Высшая математика [Текст] : курс лекций / В. И. Горелов, Т. Н. Ледащева, О. Л. Карелова, О. Н. Ледащева ; под общ. ред. профессора В. И. Горелова ; Российская международная академия туризма. – Химки : РМАТ, 2011. – 260, [4] с.

Кратко рассмотрены базовые понятия высшей математики. Эти понятия проиллюстрированы большим числом разобранных примеров, позволяющих понять области применения теории. Курс лекций построен по принципу «от простого к сложному». Он полностью соответствует стандартам высшего профессионального образования, относящимся к разделам высшей математики.

Для студентов вузов туристской направленности.

УДК 51

© Российская международная академия туризма, 2011
© Оформление. РМАТ, 2011

Оглавление

Предисловие	8
--------------------------	----------

Раздел I. Линейная алгебра

1. Матрицы и действия над ними	9
1.1. Основные понятия	9
1.2. Действия над матрицами	10
2. Определители	13
2.1. Основные понятия	13
2.2. Свойства определителей	15
3. Обратная матрица	17
3.1. Основные понятия	17
3.2. Решение матричных уравнений	18
3.3. Метод элементарных преобразований	19
4. Системы линейных алгебраических уравнений	21
4.1. Основные понятия	21
4.2. Правило Крамера решения СЛАУ	23
4.3. Метод Гаусса решения СЛАУ	25

Раздел II. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

5. Векторы	28
5.1. Основные понятия	28
5.2. Операции над векторами	29
5.3. Координаты векторов	30
5.4. Скалярное произведение векторов	33
5.5. Векторное произведение	35
5.6. Смешанное произведение	37
6. Аналитическая геометрия на плоскости	38
6.1. Уравнения прямых на плоскости	38
6.2. Кривые второго порядка на плоскости	42
7. Аналитическая геометрия в пространстве	49
7.1. Уравнение плоскости в пространстве	49
7.2. Уравнения прямой в пространстве	50
7.3. Взаимное расположение прямых и плоскостей ...	52
7.4. Поверхности второго порядка	55

Раздел III. Функции одной переменной

8. Множества и операции над ними	59
8.1. Основные понятия	59
8.2. Числовые множества	60

9. Функция	61
9.1. Понятие «функция»	61
9.2. Способы задания функций	62
9.3. Некоторые свойства функций	63
9.4. Обратная функция	64
9.5. Основные элементарные функции	65
9.6. Сложная функция и элементарные функции	75
10. Предел функции	76
10.1. Предел функции в точке	76
10.2. Односторонние пределы	76
10.3. Предел функции на бесконечности	77
10.4. Бесконечно большие функции	77
11. Бесконечно малые функции	78
11.1. Определение и основные теоремы	78
11.2. Основные теоремы о пределах	79
11.3. Предел последовательности	81
11.4. Техника вычисления пределов	81
11.5. Первый замечательный предел	83
11.6. Эквивалентные функции	84
11.7. Второй замечательный предел	86
11.8. Техника вычисления пределов вида	
$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^{g(x)}$	87
12. Непрерывность функции	89
12.1. Непрерывность функции в точке и области	89
12.2. Основные теоремы о непрерывных функциях	91
12.3. Классификация точек разрыва	91
13. Производная функции	92
13.1. Приращение аргумента и приращение функции	92
13.2. Определение производной функции в точке	93
13.3. Геометрический смысл производной	94
13.4. Физический смысл производной	95
13.5. Дифференцируемость функций	96
13.6. Производная постоянной, суммы,	
произведения и частного двух функций	96
13.7. Производная сложной и обратной функции	97
13.8. Производные основных элементарных функций	97
13.9. Производная функции, заданной неявно	100
13.10. Логарифмическая производная	100
13.11. Производная функции, заданной	
параметрически	101

13.12. Сводная таблица формул дифференцирования	102
13.13. Производные высших порядков	105
14. Дифференциал функции	106
14.1. Понятие «дифференциал функции»	106
14.2. Основные теоремы о дифференциалах	107
14.3. Применение дифференциала для приближенных вычислений	107
15. Исследование функций с помощью производных	108
15.1. Правило Лопиталя	108
15.2. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях	109
15.3. Исследование поведения функций и построение графиков	111

Раздел IV. Интегральное исчисление

16. Неопределенный интеграл	116
16.1. Понятие «неопределенный интеграл»	116
16.2. Свойства неопределенного интеграла	117
17. Основные методы интегрирования	119
17.1. Табличное интегрирование	119
17.2. Интегрирование методом подстановки	120
17.3. Метод интегрирования по частям	121
18. Интегрирование различных функций	124
18.1. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен	124
18.2. Интегрирование рациональных функций	125
18.3. Интегрирование тригонометрических выражений	131
18.4. Интегрирование простейших иррациональных выражений	134
19. Определенный интеграл	137
19.1. Задача о площади криволинейной трапеции	137
19.2. Определенный интеграл как предел интегральной суммы	138
19.3. Свойства определенного интеграла	139
20. Вычисление и приложения определенного интеграла	143
20.1. Применение формулы Ньютона–Лейбница	143
20.2. Замена переменной в определенном интеграле	143
20.3. Интегрирование по частям в определенном интеграле	144
20.4. Интегрирование четных и нечетных функций ...	145

20.5. Приложения определенного интеграла	146
21. Несобственные интегралы	147
21.1. Несобственный интеграл I рода	147
21.2. Несобственный интеграл II рода	149

Раздел V. Функции нескольких переменных

22. Функции двух переменных	150
22.1. Основные понятия	150
22.2. Предел и непрерывность функции двух переменных	151
22.3. Дифференцирование функций нескольких переменных	152
23. Экстремумы функций нескольких переменных	155
24. Условные экстремумы функции нескольких переменных (метод Лагранжа)	156
25. Двойной интеграл	157
25.1. Понятие «двойной интеграл»	157
25.2. Свойства двойного интеграла	159
25.3. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах	160
25.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах	163

Раздел VI. Обыкновенные дифференциальные уравнения

26. Общие сведения	166
27. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	167
27.1. Основные понятия	167
27.2. Метод изоклин	169
27.3. Уравнения с разделяющимися переменными	170
27.4. Однородные уравнения	173
27.5. Линейные уравнения первого порядка	176
27.6. Уравнение Бернулли	178
27.7. Уравнения в полных дифференциалах	180
28. ОДУ высших порядков	183
28.1. Основные понятия	183
28.2. Уравнения, допускающие понижение порядка ..	184
29. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами	188
29.1. Основные понятия	188

29.2. Интегрирование линейных однородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	190
29.3. Интегрирование линейных однородных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами	193
29.4. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами	195
29.5. Метод вариации произвольных постоянных	196
29.6. Подбор частного решения линейного неоднородного уравнения с правой частью специального вида	197
30. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	202
30.1. Основные понятия	202
30.2. Решение систем линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами	203
30.3. Элементы теории устойчивости	209
30.4. Простейшие типы точек покоя	211

Раздел VII. Ряды

31. Признаки сходимости числовых положительных рядов	214
31.1. Необходимый признак сходимости ряда (условие, при невыполнении которого ряд расходится)	216
31.2. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами	218
32. Знакопеременные ряды	227
32.1. Признак Лейбница (сходимости знакочередующегося ряда)	229
33. Степенные ряды	231
34. Вычисление сумм степенных и числовых рядов	240
35. Разложение функций в степенные ряды	243
36. Приближенные вычисления с помощью рядов	249
36.1. Приближенное вычисление значений функций .	249
36.2. Приближенное вычисление определенных интегралов	251
36.3. Приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения	254
37. Ряды Фурье	255
Литература	261

Предисловие

Преподавание высшей математики студентам, обучающимся по различным специальностям, имеет свои особенности. Поскольку программа курса задана стандартами высшего профессионального образования (ВПО), то речь может идти только об акцентировании в изучении различных тем, которые в последующем могут быть активно использованы в практической работе. Вместе с тем освоение базовых понятий высшей математики позволяет студентам логично и аргументированно рассуждать и проводить собственные исследования. Таким образом, преподавание всегда наталкивается на два различных критерия, и мера изложения материала определяется лектором в зависимости от подготовленности и настроения студентов.

Предлагаемый курс лекций, читаемый для студентов Российской международной академии туризма, ориентирован на подготовку специалистов по различным направлениям туристской индустрии. Как правило, студенты этих специализаций достаточно хорошо понимают практические приложения математики. Поэтому цель данного учебного пособия – практическое овладение базовыми понятиями и методами математики, чему способствуют многочисленные примеры.

Содержание курса лекций охватывает все необходимые понятия и методы, определенные стандартами ВПО, и служит кратким конспектом, позволяющим по мере необходимости обращаться к более углубленному изучению методов и алгоритмов высшей математики.

Структурно курс лекций системно разбит на темы, посвященные каждому базовому понятию. Каждый подраздел содержит краткое изложение материала, иллюстрации, подробно разобранные примеры. Это позволяет студенту самостоятельно подготовиться как к лекционному, так и практическому занятию или контрольной работе. В этой связи данный курс лекций рекомендуется для самостоятельной работы также студентам очно-заочной и заочной форм обучения.

Данное учебное пособие подготовлено авторами различных специальностей – математиками, экономистами, педагогами, физиками и менеджерами. Их опыт и видение математики как полезного аппарата познания учебных дисциплин позволили выделить различные аспекты как в изложении курса, так и в его структуре и добавили практическую составляющую в материал пособия.