

УДК 530.1
ББК 22.31Т
С20

Сассман Дж. Дж., Уиздом Дж.

С20 Структура и интерпретация классической механики / пер. с англ. А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2023. – 488 с.: ил.

ISBN 978-5-97060-954-5

В настоящее время нам известно, что содержание классической механики гораздо богаче, чем представлялось раньше. Вывод уравнений движения – центральная тема традиционных изложений механики – всего лишь начало. В этой новаторской книге акцент сделан на разработке общих методов изучения поведения классических систем вне зависимости от того, имеют они аналитическое решение или нет. В фокусе внимания авторов сам феномен движения, а для его исследования применяется компьютерное моделирование. Недавние открытия в области нелинейной динамики органично вплетены в текст, а не добавлены по завершении работы. Изучение таких явлений, как переход к хаотическому движению и нелинейные резонансы, помогает читателю освоить аналитический инструментарий, необходимый для их понимания.

Издание адресовано студентам технических вузов, а также будет полезно всем, кто интересуется классической и современной физикой.

УДК 530.1
ББК 22.31Т

Права на русскоязычное издание получены через Агентство Александра Корженевского (Москва).

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-0-262-02896-7 (англ.)

ISBN 978-5-97060-954-5 (рус.)

© 2014 Massachusetts Institute of Technology

© Перевод, оформление, издание, ДМК Пресс, 2023

Содержание

От издательства	12
Предисловие	13
Благодарности	19
Глава 1. Механика Лагранжа	21
1.1. Конфигурационное пространство.....	23
1.2. Обобщенные координаты.....	25
1.3. Принцип наименьшего действия	28
Наблюдение движения	28
Реализуемые траектории	28
1.4. Вычисление действий.....	33
Траектории минимального действия.....	37
Расчет траекторий, минимизирующих действие.....	38
1.5. Уравнения Лагранжа–Эйлера.....	42
Уравнения Лагранжа	42
1.5.1. Вывод уравнений Лагранжа	43
Непосредственный вывод	43
Вариационный оператор.....	44
Вывод уравнений Лагранжа с помощью вариационного оператора	46
Гармонический осциллятор.....	48
Движение по окружности в поле силы тяжести.....	49
1.5.2. Уравнения Лагранжа на компьютере.....	51
Свободная частица	51
Гармонический осциллятор.....	52
1.6. Откуда берутся лагранжианы?	54
Принцип Гамильтона	56
Равноускоренное движение.....	57
Центральное силовое поле.....	57
1.6.1. Преобразования координат	60
Кориолисовы и центробежные силы	63
1.6.2. Системы с жесткими связями.....	65
Лагранжианы для систем с жесткими связями.....	65
Маятник на шарнирном подвесе	66
Почему это работает	68
1.6.3. Связи как преобразования координат	74
1.6.4. Является ли лагранжиан системы единственным?	77
Полная производная по времени.....	78
Прибавление полных производных по времени к лагранжианам	79
Свойства полной производной по времени.....	81

1.7. Эволюция динамического состояния	82
Численное интегрирование	86
1.8. Сохраняющиеся величины	91
1.8.1. Сохранение импульса	91
Примеры сохраняющихся импульсов	92
1.8.2. Сохранение энергии	93
Энергия в терминах кинетической и потенциальной энергий	94
1.8.3. Центральные силы в трехмерном пространстве	95
1.8.4. Ограниченная задача трех тел	98
1.8.5. Теорема Нётер	100
Иллюстрация: движение в центральном поле	102
1.9. Абстрагирование функций траектории	104
Мгновенные уравнения Лагранжа	107
1.10. Движение с ограничивающими связями	108
1.10.1. Координатные связи	110
Интересное наблюдение	111
Альтернативный подход	111
Маятник со связями	112
Построение систем из частей	114
1.10.2. Связи как производные	116
Обруч Голдстейна	118
1.10.3. Неголономные системы	119
1.11. Резюме	122
1.12. Проекты	123

Глава 2. Твердые тела

2.1. Кинетическая энергия вращения	127
2.2. Кинематика вращательного движения	129
Реализация функций угловой скорости	131
2.3. Моменты инерции	132
2.4. Тензор инерции	135
2.5. Главные моменты инерции	136
2.6. Момент импульса	139
2.7. Углы Эйлера	141
2.8. Движение свободного твердого тела	144
Сохраняющиеся величины	144
2.8.1. Вычисление движения свободных твердых тел	146
2.8.2. Качественные особенности движения свободного твердого тела	148
2.9. Уравнения Эйлера	152
Уравнения Эйлера для твердых тел, совершающих вынужденное движение	155
2.10. Осесимметричные волчки	157
2.11. Спин-орбитальное взаимодействие	164
2.11.1. Вывод потенциальной энергии	164
2.11.2. Вращение Луны и Гипериона	168
2.11.3. Спин-орбитальный резонанс	174
2.12. Несингулярные координаты и кватернионы	178

Композиция вращений.....	182
2.12.1. Описание движения в терминах кватернионов	184
2.13. Резюме	187
2.14. Проекты	187
Глава 3. Гамильтонова механика	189
3.1. Уравнения Гамильтона.....	191
Иллюстрация.....	193
Гамильтоново состояние	194
Вычисление уравнений Гамильтона.....	196
3.1.1. Преобразование Лежандра.....	197
Преобразования Лежандра с пассивными аргументами	200
Преобразования Лежандра квадратичных функций	203
Вычисление гамильтонианов	203
3.1.2. Вывод уравнений Гамильтона из принципа наименьшего действия	206
3.1.3. Электрическая схема	207
3.2. Скобки Пуассона.....	209
Свойства скобки Пуассона	210
Скобка Пуассона сохраняющихся величин	211
3.3. Случай одной степени свободы	211
3.4. Уменьшение фазового пространства	214
Движение в центральном поле	215
Осесимметричный волчок	217
3.4.1. Упрощение лагранжиана	222
3.5. Эволюция в фазовом пространстве.....	224
3.5.1. Описание фазового пространства неоднозначно	226
3.6. Поверхности сечения.....	226
3.6.1. Системы, совершающие периодическое вынужденное движение	228
3.6.2. Вычисление стробоскопических поверхностей сечения.....	233
3.6.3. Автономные системы.....	234
Исторический фон для работы Энона–Хейлза	235
Система Энона и Хейлза.....	238
Интерпретация	242
3.6.4. Вычисление поверхностей сечения в системе Энона–Хейлза.....	245
3.6.5. Неосесимметричный волчок	247
3.7. Экспоненциальное расхождение	248
3.8. Теорема Лиувилля.....	251
Фазовый поток для маятника.....	251
Доказательство теоремы Лиувилля	253
Сохранение площади стробоскопических поверхностей сечения	255
Теорема Пуанкаре о возвращении.....	255
Газ в углу комнаты.....	256
Несуществование аттракторов в гамильтоновых системах	256
Сохранение фазового объема в диссипативной системе	257
Функции распределения	259
3.9. Стандартное отображение	259

3.10. Резюме	262
3.11. Проекты	263

Глава 4. Структура фазового пространства 265

4.1. Возникновение разделенного фазового пространства.....	266
Сечения маятника на шарнирном подвесе, когда амплитуда действующей силы нулевая	267
Сечения маятника на шарнирном подвесе для малой действующей силы	269
4.2. Линейный анализ устойчивости.....	270
4.2.1. Равновесие дифференциальных уравнений	271
4.2.2. Неподвижные точки отображений.....	273
4.2.3. Соотношения между показателями.....	276
Специализация гамильтониана	277
Линейная и нелинейная устойчивость	280
4.3. Гомоклинное переплетение	280
4.3.1. Вычисление устойчивого и неустойчивого многообразий.....	285
4.4. Интегрируемые системы	288
Типы орбит в интегрируемых системах	288
Поверхности сечения для интегрируемых систем.....	290
4.5. Теорема Пуанкаре–Биркгофа.....	292
4.5.1. Вычисление построения Пуанкаре–Биркгофа.....	296
4.6. Инвариантные кривые	299
4.6.1. Нахождение инвариантных кривых	300
4.6.2. Исчезновение инвариантных кривых	304
4.7. Резюме.....	304
4.8. Проекты	307

Глава 5. Канонические преобразования 308

5.1. Точечные преобразования.....	309
Реализация точечных преобразований	311
5.2. Общие канонические преобразования.....	314
Полярно-каноническое преобразование.....	316
5.2.1. Преобразования, зависящие от времени	318
Вращающиеся координаты.....	319
5.2.2. Абстрагирование условия каноничности	321
Примеры	322
Условие каноничности и скобки Пуассона	323
Симплектические матрицы	324
5.3. Инварианты канонических преобразований	327
Неинвариантность p_v	327
Инвариантность скобок Пуассона.....	328
Сохранение объема	328
Симплектическая 2-форма	329
Интегральный инвариант Пуанкаре	331
5.4. Производящие функции	333

Полярно-каноническое преобразование.....	334
5.4.1. F_1 порождает канонические преобразования	335
5.4.2. Производящие функции и интегральные инварианты	337
Производящие функции типа F_1	337
Производящие функции типа F_2	339
Связь между F_1 и F_2	340
5.4.3. Типы производящих функций.....	341
5.4.4. Точечные преобразования	342
Полярные и прямоугольные координаты.....	343
Вращающаяся система координат	344
Сведение задачи двух тел к задаче одного тела	344
Эпициклическое движение	347
5.4.5. Полные производные по времени	355
Маятник на шарнирном подвесе	357
5.5. Расширенное фазовое пространство	359
Ограниченная задача трех тел.....	363
5.5.1. Интегральный инвариант Пуанкаре–Картана	365
5.6. Приведенное фазовое пространство.....	366
Орбиты в центральном поле	367
Производящие функции в расширенном фазовом пространстве	369
5.7. Резюме.....	370
5.8. Проекты	371
Глава 6. Каноническая эволюция.....	374
6.1. Уравнение Гамильтона–Якоби	374
6.1.1. Гармонический осциллятор	376
6.1.2. Уравнение Гамильтона–Якоби для задачи Кеплера	380
6.1.3. F_2 и лагранжиан.....	383
6.1.4. Действие порождает эволюцию во времени	385
6.2. Эволюция во времени является канонической.....	387
Еще раз о теореме Лиувилля.....	388
Еще одно преобразование, связанное с эволюцией во времени	389
6.2.1. Другой взгляд на эволюцию во времени.....	392
Сохранение площади поверхности сечения	394
6.2.2. И еще один взгляд на эволюцию во времени.....	395
6.3. Преобразования Ли.....	397
Преобразования Ли функций	398
Простые преобразования Ли	399
Пример	401
6.4. Ряды Ли	402
Динамика	404
Вычисление рядов Ли	406
6.5. Экспоненциальные тождества	409
6.6. Резюме	410
6.7. Проекты.....	411

Глава 7. Каноническая теория возмущений	414
7.1. Теория возмущений, основанная на рядах Ли.....	415
7.2. Маятник как возмущенный ротор	417
7.2.1. Более высокий порядок.....	424
7.2.2. Исключение секулярных членов.....	426
7.3. Случай многих степеней свободы.....	428
7.3.1. Маятник на шарнирном подвесе как возмущенный ротор.....	430
7.4. Нелинейный резонанс	432
7.4.1. Аппроксимация маятника	434
Резонансы маятника на шарнирном подвесе	435
7.4.2. Чтение гамильтониана	439
7.4.3. Критерий перекрытия резонансов.....	441
7.4.4. Теория возмущения высшего порядка	442
7.4.5. Устойчивость перевернутого вертикального равновесия	443
7.5. Резюме.....	446
7.6. Проекты.....	447
Глава 8. Приложение: язык Scheme	449
Глава 9. Приложение: наша нотация	459
Литература	472
Предметный указатель	475