

УДК 004.02: 004.424
ББК 22.18
Л12

Л12 Антти Лааксонен

Олимпиадное программирование. 2-е изд., обновленное и дополненное / пер. с англ. А. А. Слинкин – М.: ДМК Пресс, 2020. – 328 с.: ил.

ISBN 978-5-97060-878-4

Перед вами второе, обновленное издание книги, которая уже успела полюбить читателей. Автор подробно описывает, как проходят олимпиады по программированию и как к ним готовиться, разбирает базовые темы, трюки и алгоритмы. В новых разделах рассматриваются темы повышенного уровня: вычисление преобразования Фурье, нахождение потоков минимальной стоимости в графах и использование конечных автоматов в задачах о строках.

Спортивное программирование – самый перспективный интеллектуальный вид спорта; уже сейчас им увлекаются лучшие умы планеты, и число участников растет год от года. Рост популярности олимпиадного программирования положительно влияет на другие сферы жизнедеятельности человека. Навыки быстрого решения сложнейших задач помогут сегодняшним студентам в будущем эффективно справляться с реальными проблемами человечества.

Издание будет полезно студентам факультетов информационных технологий и участникам олимпиад по программированию.

УДК 004.02: 004.424
ББК 22.18

Original English language edition published by Springer International Publishing AG. Copyright ©Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2020. All rights reserved. This edition has been translated and published under licence from Springer International Publishing AG. Russian-language edition copyright © 2020 by DMK Press. All rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но, поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-3-030-39357-1 (англ.)
 ISBN 978-5-97060-878-4 (рус.)

© Springer Nature Switzerland AG, 2020
 © Оформление, перевод на русский язык,
 издание, ДМК Пресс, 2020

Оглавление

От автора	11
Вступительное слово Алексея Малеева, основателя Moscow Workshops	11
Отзыв Дмитрия Гришина, основателя Mail.Ru Group	13
Благодарность от редакции	13
Отзыв Нияза Нигматуллина, двукратного чемпиона мира АСМ ICPC 2012 и 2013 годов	14
Предисловие ко второму изданию	15
Предисловие к первому изданию	16
Глава 1. Введение.....	18
1.1. Что такое олимпиадное программирование?	18
1.1.1. Соревнования по программированию	19
1.1.2. Рекомендации желающим поучаствовать.....	20
1.2. Об этой книге	20
1.3. Сборник задач CSES	22
1.4. Другие ресурсы	24
Глава 2. Техника программирования.....	26
2.1. Языковые средства	26
2.1.1. Ввод и вывод.....	27
2.1.2. Работа с числами.....	28
2.1.3. Сокращение кода	31
2.2. Рекурсивные алгоритмы.....	32
2.2.1. Порождение подмножеств.....	32
2.2.2. Порождение перестановок.....	33
2.2.3. Перебор с возвратом.....	34
2.3. Поразрядные операции.....	36
2.3.1. Поразрядные операции.....	38
2.3.2. Представление множеств	40
Глава 3. Эффективность	43
3.1. Временная сложность.....	43
3.1.1. Правила вычисления	43
3.1.2. Часто встречающиеся оценки временной сложности	46
3.1.3. Оценка эффективности.....	47
3.1.4. Формальные определения	48
3.2. Примеры проектирования алгоритмов	49
3.2.1. Максимальная сумма подмассивов	49
3.2.2. Задача о двух ферзях.....	51
3.3. Оптимизация кода.....	53
3.3.1. Результат работы компилятора.....	54

3.3.2. Особенности процессора.....	56
Глава 4. Сортировка и поиск.....	59
4.1. Алгоритмы сортировки.....	59
4.1.1. Пузырьковая сортировка	60
4.1.2. Сортировка слиянием.....	61
4.1.3. Нижняя граница временной сложности сортировки	62
4.1.4. Сортировка подсчетом.....	63
4.1.5. Сортировка на практике.....	63
4.2. Решение задач с применением сортировки	66
4.2.1. Алгоритмы заматающей прямой.....	66
4.2.2. Составление расписания.....	67
4.2.3. Работы и сроки исполнения	68
4.3. Двоичный поиск.....	69
4.3.1. Реализация поиска	69
4.3.2. Двоичный поиск по ответу.....	71
Глава 5. Структуры данных.....	74
5.1. Динамические массивы	74
5.1.1. Векторы	74
5.1.2. Итераторы и диапазоны.....	75
5.1.3. Другие структуры данных.....	77
5.2. Множества	78
5.2.1. Множества и мультимножества	78
5.2.2. Отображения.....	80
5.2.3. Очереди с приоритетом	81
5.2.4. Множества, основанные на политиках.....	82
5.3. Эксперименты	83
5.3.1. Сравнение множества и сортировки.....	83
5.3.2. Сравнение отображения и массива.....	84
5.3.3. Сравнение очереди с приоритетом и мультимножества.....	84
Глава 6. Динамическое программирование	86
6.1. Основные понятия	86
6.1.1. Когда жадный алгоритм не работает	86
6.1.2. Нахождение оптимального решения.....	87
6.1.3. Подсчет решений	91
6.2. Другие примеры.....	92
6.2.1. Наибольшая возрастающая подпоследовательность.....	92
6.2.2. Пути на сетке.....	93
6.2.3. Задачи о рюкзаке.....	95
6.2.4. От перестановок к подмножествам	97
6.2.5. Подсчет количества замощений	98
Глава 7. Алгоритмы на графах.....	101
7.1. Основы теории графов	101
7.1.1. Терминология	102

7.1.2. Представление графа.....	104
7.2. Обход графа	107
7.2.1. Поиск в глубину.....	107
7.2.2. Поиск в ширину.....	109
7.2.3. Применения.....	110
7.3. Кратчайшие пути.....	111
7.3.1. Алгоритм Беллмана–Форда	112
7.3.2. Алгоритм Дейкстры.....	114
7.3.3. Алгоритм Флойда–Уоршелла	116
7.4. Ориентированные ациклические графы.....	118
7.4.1. Топологическая сортировка	119
7.4.2. Динамическое программирование	120
7.5. Графы преемников.....	122
7.5.1. Нахождение преемников	123
7.5.2. Обнаружение циклов	124
7.6. Минимальные остовные деревья.....	125
7.6.1. Алгоритм Краскала.....	126
7.6.2. Система непересекающихся множеств.....	128
7.6.3. Алгоритм Прима	130
Глава 8. Избранные вопросы проектирования алгоритмов	132
8.1. Алгоритмы с параллельным просмотром разрядов.....	132
8.1.1. Расстояние Хэмминга	132
8.1.2. Подсчет подсеток	134
8.1.3. Достижимость в графах	135
8.2. Амортизационный анализ.....	136
8.2.1. Метод двух указателей	136
8.2.2. Ближайшие меньшие элементы.....	138
8.2.3. Минимум в скользящем окне.....	139
8.3. Нахождение минимальных значений.....	140
8.3.1. Тернарный поиск.....	141
8.3.2. Выпуклые функции.....	142
8.3.3. Минимизация сумм	142
Глава 9. Запросы по диапазону.....	144
9.1. Запросы к статическим массивам	144
9.1.1. Запросы о сумме	144
9.1.2. Запросы о минимуме.....	146
9.2. Древовидные структуры.....	147
9.2.1. Двоичные индексные деревья.....	147
9.2.2. Деревья отрезков.....	150
9.2.3. Дополнительные приемы.....	154
Глава 10. Алгоритмы на деревьях.....	157
10.1. Базовые понятия	157
10.1.1. Обход дерева	158

10.1.2. Вычисление диаметра	159
10.1.3. Все максимальные пути	161
10.2. Запросы к деревьям	162
10.2.1. Нахождение предков	162
10.2.2. Поддеревья и пути	163
10.2.3. Наименьшие общие предки	165
10.2.4. Объединение структур данных	168
10.3. Более сложные приемы	169
10.3.1. Центроидная декомпозиция	170
10.3.2. Heavy-light декомпозиция	170
Глава 11. Математика	172
11.1. Теория чисел	172
11.1.1. Простые числа и разложение на простые множители	172
11.1.2. Решето Эратосфена	175
11.1.3. Алгоритм Евклида	176
11.1.4. Возведение в степень по модулю	178
11.1.5. Теорема Эйлера	178
11.1.6. Решение уравнений в целых числах	180
11.2. Комбинаторика	181
11.2.1. Биномиальные коэффициенты	181
11.2.2. Числа Каталана	184
11.2.3. Включение-исключение	186
11.2.4. Лемма Бёрнсайда	188
11.2.5. Теорема Кэли	189
11.3. Матрицы	190
11.3.1. Операции над матрицами	190
11.3.2. Линейные рекуррентные соотношения	192
11.3.3. Графы и матрицы	194
11.3.4. Метод Гаусса	196
11.4. Вероятность	199
11.4.1. Операции с событиями	200
11.4.2. Случайные величины	201
11.4.3. Марковские цепи	203
11.4.4. Рандомизированные алгоритмы	205
11.5. Теория игр	207
11.5.1. Состояния игры	207
11.5.2. Игра ним	209
11.5.3. Теорема Шпрага–Гранди	210
11.6. Преобразование Фурье	213
11.6.1. Работа с полиномами	213
11.6.2. Алгоритм БПФ	214
11.6.3. Вычисление свертки	217
Глава 12. Дополнительные алгоритмы на графах	219
12.1. Сильная связность	219

12.1.1. Алгоритм Косарайю	220
12.1.2. Задача 2-выполнимости	221
12.2. Полные пути	223
12.2.1. Эйлеровы пути	223
12.2.2. Гамильтоновы пути	226
12.2.3. Применения	226
12.3. Максимальные потоки	228
12.3.1. Алгоритм Форда–Фалкерсона	229
12.3.2. Непересекающиеся пути	232
12.3.3. Максимальные паросочетания	233
12.3.4. Покрытие путями	235
12.4. Деревья поиска в глубину	237
12.4.1. Двусвязность	238
12.4.2. Эйлеровы подграфы	239
12.5. Потоки минимальной стоимости	240
12.5.1. Алгоритм путей минимальной стоимости	241
12.5.2. Паросочетания минимального веса	243
12.5.3. Улучшение алгоритма	244
Глава 13. Геометрия	247
13.1. Технические средства в геометрии	247
13.1.1. Комплексные числа	247
13.1.2. Точки и прямые	249
13.1.3. Площадь многоугольника	252
13.1.4. Метрики	254
13.2. Алгоритмы на основе заметающей прямой	256
13.2.1. Точки пересечения	256
13.2.2. Задача о ближайшей паре точек	257
13.2.3. Задача о выпуклой оболочке	258
Глава 14. Алгоритмы работы со строками	260
14.1. Базовые методы	260
14.1.1. Префиксное дерево	261
14.1.2. Динамическое программирование	261
14.2. Хеширование строк	263
14.2.1. Полиномиальное хеширование	263
14.2.2. Применения	263
14.2.3. Коллизии и параметры	264
14.3. Z-алгоритм	266
14.3.1. Построение Z-массива	266
14.3.2. Применения	268
14.4. Суффиксные массивы	269
14.4.1. Метод удвоения префикса	269
14.4.2. Поиск образцов	270
14.4.3. LCP-массивы	271

14.5. Строковые автоматы	272
14.5.1. Регулярные языки.....	273
14.5.2. Автоматы для сопоставления с образцом	274
14.5.3. Суффиксные автоматы	276
Глава 15. Дополнительные темы.....	279
15.1. Квадратный корень в алгоритмах.....	279
15.1.1. Структуры данных.....	279
15.1.2. Подалгоритмы.....	281
15.1.3. Целые разбиения.....	283
15.1.4. Алгоритм Мо	285
15.2. И снова о деревьях отрезков.....	286
15.2.1. Ленивое распространение.....	287
15.2.2. Динамические деревья	290
15.2.3. Структуры данных в вершинах	292
15.2.4. Двумерные деревья.....	293
15.3. Дучи	294
15.3.1. Разбиение и слияние	295
15.3.2. Реализация	296
15.3.3. Дополнительные методы.....	298
15.4. Оптимизация динамического программирования.....	298
15.4.1. Трюк с выпуклой оболочкой	299
15.4.2. Оптимизация методом «разделяй и властвуй»	301
15.4.3. Оптимизация Кнута.....	302
15.5. Методы перебора с возвратом	303
15.5.1. Отсечение ветвей дерева поиска	304
15.5.2. Эвристические функции.....	306
15.6. Разное	308
15.6.1. Встреча в середине.....	308
15.6.2. Подсчет подмножеств	309
15.6.3. Параллельный двоичный поиск	310
15.6.4. Динамическая связность.....	312
Приложение. Сведения из математики.....	315
Формулы сумм	315
Множества	317
Математическая логика	318
Функции.....	319
Логарифмы.....	319
Системы счисления.....	320
Библиография	321
Предметный указатель	323