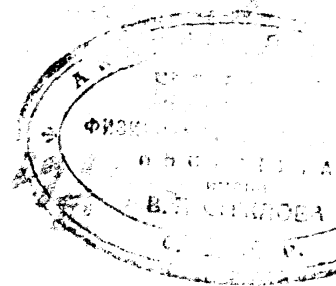
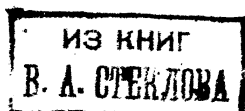


Ришман А.



№



## Объ одномъ случаѣ адиабатическаго движенія тяжелаго газа.

### § 1.

Какъ извѣстно, адиабатическимъ движеніемъ жидкости называютъ движеніе такого сорта, когда любая частица жидкости не получаетъ извнѣ и не отдаетъ никакого количества энергіи.

Пользуясь вторымъ началомъ термодинамики и обозначая черезъ  $S$  энтропію данной частицы  $P$  въ моментъ  $t$ , мы можемъ сказать, что условіемъ адиабатическаго движенія будетъ слѣдующее равенство:

$$(1) \quad dS = 0,$$

гдѣ  $dS$  есть приращеніе энтропіи данной частицы за время  $dt$ .

Изъ равенства (1) нельзя ни въ какомъ случаѣ заключать о постоянствѣ энтропіи для любого момента и любой точки—пространства занятаго жидкостью. Въ самомъ дѣлѣ, обозначая время черезъ  $t$ , координаты точки  $M$  черезъ  $x, y, z$ ; составляющія по осямъ  $OX, OY, OZ$ , гдѣ  $O$  начало координатъ, скорости жидкости въ моментъ  $t$  въ точкѣ  $M$  черезъ  $u, v, w$ ,—безъ труда получимъ изъ уравненія (1):

$$(2) \quad \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = 0;$$

изъ этого равенства вовсе не слѣдуетъ, что  $S$  есть постоянная, не зависящая отъ  $t, x, y, z$ ; очевидно, что для правильности сего послѣдняго заключенія было бы необходимо имѣть одновременно равенства:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0,$$

чего въ нашемъ случаѣ нѣтъ. Такимъ образомъ могутъ существовать адиабатическія движенія, на которыхъ энтропія не постоянна въ любой точкѣ пространства и для любого момента:

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что вообще всѣ адиабатическія движенія можно раздѣлить на два класса; къ первому должно отнести тѣ движенія, въ которыхъ энтропія постоянна, т. е. не зависитъ отъ  $t, x, y, z$ ; ко второму должно отнести тѣ движенія, въ коихъ энтропія зависитъ отъ  $t, x, y, z$ , однако такъ, что  $dS = 0$  для каждой данной частицы. Движенія первого класса обладаютъ двумя особенностями; во первыхъ, связывая давленіе и плотность нѣкоторой зависимостью, они допускаютъ теорему Helmholtz'a о сохраненіи вихрей; во-вторыхъ они допускаютъ любые движенія частицъ совмѣстимыя съ уравненіями гидродинамики; какъ бы частицы эти ни двигались.—движеніе будетъ всегда адиабатическимъ. Адиабатическія движенія второго класса, напротивъ не даютъ мѣсто теоремѣ сохраненія вихрей и налагаютъ опредѣленные ограниченія на движенія жидкихъ частицъ.

Переходя къ движеніямъ въ такомъ газѣ, уравненіе состоянія котораго есть уравненіе Clapeyron'a, мы можемъ сказать, что кромѣ адиабатическихъ движеній, въ коихъ давленіе и плотность связаны формулой:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}$$

гдѣ  $k = \frac{c_p}{c_v}$ ;  $c_p, c_v$ , —теплоемкости при постоянномъ давленіи и объемѣ,— могутъ имѣть мѣсто и иныя адиабатическія движенія, въ коихъ  $p$  не есть функція плотности, а зависитъ также отъ температуры, въ коихъ, слѣдовательно, вообще говоря, не будетъ справедлива теорема Helmholtz'a о сохраненіи вихрей.

Разсмотрѣнію нѣкоторыхъ частныхъ случаевъ подобныхъ движеній будетъ посвящена настоящая замѣтка.

## § 2.

Разсмотримъ случай адиабатическаго движенія тяжелаго газа, уравненіе состоянія котораго есть уравненіе Clapeyron'a.

Расположимъ ось  $z$ 'овъ параллельно и противоположно направленію силы тяжести и будемъ разсматривать только такія движенія, въ которыхъ частицы могутъ двигаться лишь параллельно оси  $z$ 'овъ (иначе говоря положимъ, что  $u = v = 0$ ).

Обозначая через  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ , давление, плотность и температуру в момент  $t$ , точки  $M$  жидкости, обозначая через  $\omega = \frac{1}{\rho}$  удельный объем, через  $g$  напряжение силы тяжести, через  $R$  и  $A$  газовую постоянную и термический эквивалент, будем иметь следующие уравнения гидродинамики, неразрывности, состояния и энергии в адиабатическом движении:

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{dw}{dt} = -g - \omega \frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{d\lg \omega}{dt}, \\ p\omega = RT, \\ c_p \frac{dT}{dt} - A\omega \frac{dp}{dt} = 0. \end{cases}$$

Кроме того два первых уравнения гидродинамики дадут, что  $p$  зависит только от  $z$  и  $t$ . Уравнения (3) преобразуются в более для нас удобные, если мы введем следующие обозначения:

$$\lg T = \tau, \quad \lg p = \Pi, \quad \frac{c_p}{c_v} - 1 = a,$$

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{dw}{dt} = -g - R\omega \frac{\partial \Pi}{\partial z}, \\ \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{d\tau}{dt} - \frac{d\Pi}{dt}, \\ \frac{d\tau}{dt} + a \frac{d\Pi}{dt} = 0. \end{cases}$$

Уравнение состояния дает очевидно конечное выражение  $\omega$  через  $\tau$  и  $\Pi$ .

Из уравнения (4), помня, что  $p$  зависит только от  $z$  и  $t$ , без труда найдем, что  $w$  и  $\tau$  зависят только от  $z$  и  $t$ , исключая случая, когда  $p$  постоянно, не завися ни от  $z$ , ни от  $t$ . В этом последнем случае будем иметь:

$$w = -gt - c_1,$$

$$p = c_2,$$

$$T = f\left(z + g\frac{t^2}{2} + c_1 t, x, y\right).$$