Фридман А.

Объ одномъ случаѣ адіабатическаго движенія тяжелаго газа.

§ 1.

Какъ извѣстно, адіабатическимъ движеніемъ жидкости называютъ движеніе такого сорта, когда любая частица жидкости не получаетъ извнѣ и не отдаетъ никакого количества энергіи.

Пользуясь вторымъ началомъ термодинамики и обозначая черезъ S энтропію данной частицы P въ моментъ t, мы можемъ сказать, что условіемъ адіабатическаго движенія будетъ слѣдующее равенство:

$$dS = 0\,, \tag{1}$$

гдѣ dS есть приращеніе энтропіи *данной частицы* за время dt.

Изъ равенства (1) нельзя ни въ какомъ случаѣ заключать о постоянствѣ энтропіи для любого момента и любой точки—пространства занятаго жидкостью. Въ самомъ дѣлѣ, обозначая время черезъ t, координаты точки M черезъ x, y, z; составляющія по осямъ OX, OY, OZ, гдѣ O начало координатъ, скорости жидкости въ моментъ t въ точкѣ M черезъ u, v, w,—безъ труда получимъ изъ уравненія (1):

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u\frac{\partial S}{\partial x} + v\frac{\partial S}{\partial y} + w\frac{\partial S}{\partial z} = 0\,; \tag{2}$$

изъ этого равенства вовсе не слѣдуетъ, что S есть постоинная, не зависящая отъ t, x, y, z; очевидно, что для правильности сего послѣдняго заключенія было бы необходимо имѣть одновременно равенства:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0\,,\ \frac{\partial S}{\partial x} = 0\,,\ \frac{\partial S}{\partial y} = 0\,,\ \frac{\partial S}{\partial z} = 0\,.$$

чего въ нашемъ случаѣ нѣтъ. Такимъ образомъ могутъ существовать адіабатическія движенія, на которыхъ энтропія не постоянна въ любой точкѣ пространства и для любого момента.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что вообще всѣ адіабатическія движенія можно раздѣлить на два класса; къ первому должно отнести тѣ движенія, въ которыхъ энтропія постоянна, т. е. не зависитъ отъ t, x, y, z; ко второму должно отнести тѣ движенія, въ коихъ энтропія зависитъ отъ t, x, y, z, однако такъ, что $dS=0$ для каждой данной частицы. Движенія перваго класса обладаютъ двумя особенностями; во первыхъ, связывая давленіе и плотность нѣкоторой зависимостью, они допускаютъ теорему Helmholtz'а о сохраненіи вихрей; во-вторыхъ они допускаютъ любыя движенія частицъ совмѣстимыя съ уравненіями гидродинамики; какъ бы частицы эти ни двигались,—движеніе будетъ всегда адіабатическимъ. Адіабатическія движенія второго класса, напротивъ не даютъ мѣсто теоремѣ сохраненія вихрей и налагаютъ опредѣленныя ограниченія на движенія жидкихъ частицъ.

Переходя къ движеніямъ въ такомъ газѣ, уравненіе состоянія котораго есть уравненіе Clapeyron'а, мы можемъ сказать, что кромѣ адіабатическихъ движеній, въ коихъ давленіе и плотность связаны формулой:

$$\frac{p}{\rho^k} = const$$

гдѣ $k=\frac{c_p}{c_v}$; c_p, c_v,—теплоемкости при постоянномъ давленіи и объемѣ,—могутъ имѣть мѣсто и иныя адіабатическія движенія, въ коихъ p не есть функція плотности, а зависитъ также отъ температуры, въ коихъ, слѣдовательно, вообще говоря, не будетъ справедлива теорема Helmholtz'а о сохраненіи вихрей.

Разсмотрѣнію нѣкоторыхъ частныхъ случаевъ подобныхъ движеній будетъ посвящена настоящая замѣтка.

§ 2.

Разсмотримъ случай адіабатическаго движенія тяжелаго газа, уравненіе состоянія котораго есть уравненіе Clapeyron'а.

Расположимъ ось z'овъ параллельно и противоположно направленію силы тяжести и будемъ разсматривать только такія движенія, въ которыхъ частицы могутъ двигаться лишь параллельно оси z'овъ (иначе говоря положимъ, что $u=v=0$).

Обозначая черезъ p, ρ, T, давленіе, плотность и температуру въ моментъ t, точки M жидкости, обозначая черезъ $\omega = \frac{1}{\rho}$ удѣльный объемъ, черезъ g напряженіе силы тяжести, черезъ R и A газовую постоянную и термическій эквивалентъ, будемъ имѣть слѣдующія уравненія гидродинамики, неразрывности, состоянія и энергіи въ адіабатическомъ движеніи:

$$
(3) \qquad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{dw}{dt} = -g - \omega \frac{\partial p}{\partial z}, \\
&\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{dlg\omega}{dt}, \\
&p\omega = RT, \\
&c_p \frac{dT}{dt} - A\omega \frac{dp}{dt} = 0.
\end{aligned}
\right.
$$

Кромѣ того два первыхъ уравненія гидродинамики дадутъ, что p зависитъ только отъ z и t. Уравненія (3) преобразуются въ болѣе для насъ удобныя, если мы введемъ слѣдующія обозначенія:

$$
lgT = \tau, \; lgp = \Pi, \; \frac{c_v}{c_p} - 1 = a,
$$

$$
(4) \qquad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{dw}{dt} = -g - Re^{\tau} \frac{\partial \Pi}{\partial z}, \\
&\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{d\tau}{dt} - \frac{d\Pi}{dt}, \\
&\frac{d\tau}{dt} + a\frac{d\Pi}{dt} = 0.
\end{aligned}
\right.
$$

Уравненіе состоянія даетъ очевидно конечное выраженіе ω черезъ τ и Π.

Изъ уравненія (4), помня, что p зависитъ только отъ z и t, безъ труда найдемъ, что w и τ зависятъ только отъ z и t, исключая случая, когда p постоянно, не завися ни отъ z, ни отъ t. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ будемъ имѣть:

$$
w = -gt - c_1,
$$

$$
p = c_2,
$$

$$
T = f(z + g\frac{t^2}{2} + c_1 t, \; x, \; y).
$$