ВѢРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНІЯ.

(Переводъ съ французскаго).

Въ послѣднихъ №№ *«Comptes Rendus»* помѣщаются очень часто замѣтки по теоріи вѣроятностей; нѣкоторыя изъ нихъ принадлежатъ знаменитому Жозефу Бертрану и представляютъ особенный интересъ для читателей «Сборника» такъ-какъ относятся къ предмету близко касающемуся морскаго дѣла, какъ уже показываетъ и ихъ заглавіе: *«Probabilité du tir à la cible»*. Помѣщая переводъ этихъ статей, я позволилъ себѣ облегчить читателю трудъ ознакомленія съ ними, приведя въ примѣчаніяхъ доказательства теоремъ даваемыхъ Бертраномъ въ *«Comptes Rendus»* безъ доказательствъ, какъ вслѣдствіе простоты послѣднихъ, такъ и по недостатку мѣста: каждый членъ Академіи имѣетъ право лишь на 50 стр. въ годъ.

А. Крыловъ.

Вѣроятность попаданія при стрѣльбѣ въ цѣль.

При изслѣдованіи вѣроятности попаданія принятъ слѣдующій, подлежащій многимъ возраженіямъ, принципъ.

Если черезъ центръ мишени провести двѣ оси, горизонтальную и вертикальную, и брать относительно ихъ координаты точки попаданія, то означая черезъ $\varphi(x).dx$ вѣроятность того, что абсцисса этой точки заключается между x и $x+dx$, и черезъ $\psi(y).dy$ вѣроятность того что ордината заключается между y и $y+dy$, выражаютъ черезъ $\varphi(x).\psi(y).dx.dy$ вѣроятность того, что эта точка находится въ прямоугольникѣ $dx\,dy$, координаты котораго x и y.

Такое приложеніе принциповъ неточно: вѣроятность сложнаго событія есть произведеніе вѣроятности перваго изъ составляющихъ событій на вѣроятность, которую имѣетъ второе, предполагая что первое уже совершилось.

Предполагаемая опредѣленность значенія x измѣняетъ законъ вѣроятности y, и множитель, на который надо умножить $\varphi(x).dx$, есть функція x и y. Дѣйствительно: многія причины вліяютъ на отклоненіе пули, такъ-какъ всѣ онѣ могутъ быть сведены къ оцѣнкѣ большей или меньшей заботливости или большаго или меньшаго искусства, съ которымъ подготовленъ выстрѣлъ. Изготовленіе патрона, положеніе пули, способъ, какимъ былъ введенъ патронъ въ стволъ, продолжительность прицѣливанія, предосторожности принятыя, чтобы устранить колебаніе ружья при нажатіи спуска, все это различно для всякаго выстрѣла и объясняетъ неправильности стрѣльбы.

Если всѣ предосторожности тщательно и искусно были приняты, имѣются всѣ шансы на то, что выстрѣлъ будетъ хорошій; вѣроятность, что онъ будетъ дурнымъ, возрастаетъ въ обратномъ случаѣ. Эта, хотя неопредѣленная, но неоспоримая, оцѣнка изучаемыхъ вѣроятностей даетъ возможность утверждать, что если выстрѣлъ хорошъ въ одномъ отношеніи, то вѣроятность, что онъ хорошъ и въ другихъ — возрастаетъ. Если напр. извѣстно, что стрѣлокъ не уклонилъ ружья ни вправо ни влѣво, то успѣхъ и стараніе, съ которымъ избѣжали ошибки въ одномъ направленіи, заставляютъ ожидать отклоненія меньшаго средняго въ другомъ. Понятно, ничего нельзя сказать навѣрное, но вліяніе одной вѣроятности на другую неоспоримо существуетъ. Это возраженіе относится ко всѣмъ получаемымъ Пуассономъ въ его мемуарѣ о вѣроятности попаданія результатамъ, а также и къ формулѣ Бравэ о расположеніи пробоинъ.

Формулы Пуассона, помѣщенныя въ *«Memorial d'Artillerie»*, были приняты безъ обсужденія за правило для изслѣдованія стрѣльбы. Не ограничиваясь однимъ общимъ замѣчаніемъ, чтобы отбросить доказательства Пуассона, весьма важно прибѣгнуть къ опыту, такъ-какъ въ такого рода вопросахъ, благодаря теоремѣ Бернулли, опытъ въ концѣ концовъ рѣшаетъ вопросъ съ достовѣрностью.

Я розыскалъ изъ слѣдствій принциповъ принятыхъ Бравэ и Пуассономъ, тѣ которыя легко было бы повѣрить. Я предлагаю слѣдующіе.

Если мишень получила большое число пробоинъ, расположеніе которыхъ не указываетъ систематической ошибки, т. е. центръ тяжести которыхъ совпадаетъ съ центромъ мишени, то проведя черезъ центръ горизонтальную и вертикальную оси OX и OY и затѣмъ двѣ параллели оси x, ординаты которыхъ β и $-\beta$, и двѣ параллели оси y, имѣющія абсциссы α и $-\alpha$, изберемъ α и β такимъ образомъ, чтобы половина пробоинъ заключалась между параллелями оси x, а также половина ихъ числа содержалась бы и между параллелями оси y; тогда принципы Пуассона приводятъ къ слѣдующимъ слѣдствіямъ:

1) Внутри прямоугольника, стороны котораго 2α и 2β, будетъ заключаться четвертая часть всего числа пробоинъ.

2) Если въ этотъ прямоугольникъ вписать эллипсъ, касающійся сторонъ его въ ихъ серединахъ, то число пробоинъ внутри этого эллипса будетъ одна пятая всего ихъ числа, (или точнѣе, 0,2035).

3) Если описать эллипсъ, имѣющій съ предыдущимъ общій центръ, подобный ему и подобно расположенный, съ отношеніемъ подобія 1,7456, то онъ содержитъ въ себѣ $^1/_2$ числа пробоинъ (*).

Если опытъ не подтвердитъ этихъ теоремъ и разница наблюденныхъ чиселъ отъ вычисленныхъ по формуламъ будетъ значительна, то надо отказаться отъ принятаго безъ обсужденія принципа.

Аналогія позволяетъ предложить другой.

Вѣроятность, что пуля попадетъ въ элементъ $\rho d\omega d\rho$, координаты котораго ρ и ω, выражается, означая черезъ $\varkappa$ функцію ω, такъ:

$$\frac{\varkappa}{\pi} e^{-\varkappa^2\rho^2} \rho d\omega d\rho.$$

(*) Выводы; см. примѣчаніе 1.