

Министерство образования и науки Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

О.В. НОС

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ

Утверждено  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК  
2008

УДК 621.313.333:621.314.001.57(075.8)

Н 84

***Инновационная образовательная программа НГТУ  
«Высокие технологии»***

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор *В.В. Панкратов*,  
канд. техн. наук *В.М. Берестов*

Работа подготовлена на кафедре  
автоматизации производственных процессов в машиностроении

**Нос О.В.**

Н 84 Математические модели преобразования энергии в асинхронном двигателе : учеб. пособие / О.В. Нос. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2008. – 168 с.

ISBN 978-5-7782-1085-1

Рассматриваются векторно-матричные математические модели трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, получившего широкое распространение в большинстве промышленных установок и технологических комплексов. На основании линейных преобразований с соответствующими матрицами, которые можно интерпретировать как математические операции над вектором или координатной системой, получены дифференциальные и алгебраические уравнения асинхронной машины в различных базах трехмерного пространства, с помощью которых описывается процесс электромеханического преобразования энергии при симметрии электромагнитных переменных, а также в случае наличия токов нулевой составляющей. Содержание работы иллюстрируется большим количеством рисунков, а также рядом практических приложений, которые облегчают изучение излагаемого материала.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся в рамках инновационной интегрированной программы «Высокие технологии» по направлению подготовки «Мехатроника и автоматизация», специальностям 140604 – «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 220301 – «Автоматизация технологических процессов и производств» и направлению 140600 – «Электротехника, электромеханика и электротехнологии», а также может быть использовано магистрантами и аспирантами, специализирующимися в области математического моделирования процессов в сложных электромеханических системах переменного тока.

УДК 621.313.333:621.314.001.57(075.8)

ISBN 978-5-7782-1085-1

© Нос О.В., 2008

© Новосибирский государственный  
технический университет, 2008

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ .....	8
1.1. Основные положения алгебры векторов и матриц.....	8
1.2. Трехмерное евклидово пространство в области вещественных чисел .....	19
1.3. Линейные преобразования в многомерных векторно-матричных моделях объекта управления с линейным вхождением векторов.....	25
2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АД В ФАЗНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	27
2.1. Математическая модель электромагнитных процессов в АД .....	28
2.2. Уравнения электрического равновесия АД при симметрии фазных напряжений статора.....	38
3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АД В СИСТЕМАХ КООРДИНАТ, СВЯЗАННЫХ С УГЛОВЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ СТАТОРА И РОТОРА .....	44
3.1. Линейное преобразование исходного базиса фазных переменных .....	44
3.2. Математическое описание АД в преобразованных системах координат $\alpha_i, \beta_i, o_i$ .....	52
3.3. Двумерные системы координат статора и ротора при отсутствии токов нулевой составляющей .....	61
4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АД В ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ .....	69
4.1. Линейное преобразование базиса с поворотом плоскости трехмерного пространства $\mathbb{R}^3$ .....	70
4.2. Уравнения электрического равновесия статора и ротора АД в обобщенной системе координат 1, 2, 3 .....	77
4.3. Математическая модель АД в обобщенной двумерной системе координат .....	83

5. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МОМЕНТ АД.....	87
5.1. Анализ евклидовой нормы алгебраических векторов в различных базисах линейного пространства.....	87
5.2. Уравнения баланса мощностей реального АД и его математических моделей.....	95
5.3. Электромагнитный момент АД.....	105
6. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АД С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ .....	111
6.1. Анализ уравнения магнитных связей АД.....	111
6.2. Математические модели электромагнитных процессов в АД с учетом нормальной кривой намагничивания.....	117
7. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АД В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ.....	134
7.1. Неподвижная и полеориентированная обобщенные двумерные системы координат .....	134
7.2. Векторное управление АД координатами пространственного вектора токов статора.....	143
7.3. Оптимизация статических режимов работы АД по критерию минимума токов статора с учетом насыщения магнитной системы.....	151
7.4. Математическая модель АД с управляющим вектором напряжений статора.....	156
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	163