

УДК 517.97(075.8)
ББК 22.18я73
Т 33

Рецензент – заведующий кафедрой компьютерной безопасности и математических методов управления Тверского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор Е.А. Андреева

Авторы: И.П. Болодурина, Т.А. Огурцова, О.С. Арапова, Ю.П. Иванова

Т 33 Теория оптимального управления: учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.А. Огурцова, О.С. Арапова, Ю.П. Иванова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2016. – 146 с.
ISBN 978-5-7410-1505-6

В учебном пособии изложены основные понятия теории оптимального управления. Рассмотрены необходимые условия оптимальности и методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления. Приведены алгоритмы численного решения задач оптимального управления.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, а также для изучения курса «Оптимальное управление динамическими системами».

УДК 517.97(075.8)
ББК 22.18я73

ISBN 978-5-7410-1505-6

© Болодурина И.П.
Огурцова Т.А.
Арапова О.С.
Иванова Ю.П.
© ОГУ, 2016

Содержание

	Введение	3
1	Введение в оптимальное управление	7
1.1	Некоторые примеры задач оптимального управления	7
1.2	Постановка задачи оптимального управления	13
1.2.1	Допустимое управление и соответствующая траектория.	13
1.2.2	Задачи оптимального управления	20
1.2.3	Задачи вариационного исчисления	21
2	Простейшая задача оптимального управления	22
2.1	Необходимые условия Понтрягина	22
2.1.1	Доказательство частного случая принципа максимума Понтрягина	26
2.2	Достаточные условия оптимальности	30
2.3	Первые обобщения	35
2.3.1	Начальные и конечные условия на траекторию	35
2.3.2	Задачи на минимум	36
2.4	Случай вариационного исчисления	36
2.5	Примеры и приложения	39
3	Общая задача оптимального управления	46
3.1	Задачи Больца, Майера, Лагранжа	46
3.2	Задачи с фиксированным или свободным конечным временем	48
3.2.1	Фиксированное конечное время	49
3.2.2	Свободное время окончания	50
3.2.3	Доказательство необходимых условий оптимальности	52
3.2.4	Задача Больца в вариационном исчислении	56
3.2.5	Модель регулирования трудовыми ресурсами	59
3.3	Задача оптимизации времени (задача быстрогодействия)	64
3.3.1	Классический пример Понтрягина с лодкой	67
3.4	Управляемость и существование решения	73

3.4.1	Линейная задача оптимального управления	83
3.5	Задача на бесконечном интервале	86
3.5.1	Модель Рамсея	90
3.6	Автономные задачи	95
3.7	Измененный Гамильтониан	96
3.7.1	Модель оптимального потребления	104
4	Численное решение задачи оптимального управления	108
4.1	Обзор численных методов	109
4.2	Дискретная аппроксимация непрерывной задачи	113
4.3	Алгоритм итерационного метода	117
4.4	Алгоритм метода проекции градиента	119
4.5	Алгоритм метода штрафов	120
5	Пример решения задачи оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике	124
5.1	Постановка задачи	124
5.2	Решение задачи оптимального управления на основе принципа максимума	125
5.3	Особое управление	137
5.4	Дискретная аппроксимация непрерывной задачи	138
5.5	Алгоритм численного решения дискретной задачи	143
5.6	Анализ результатов численного решения	145
	Список использованных источников	146