

«Кумулянтный» метод решения задач распространения волн в случайных средах

Р.Х. Алмаев¹, А.А. Суворов^{2*}

¹Обнинский государственный технический университет атомной энергетики
249040, г. Обнинск Калужской обл., Студгородок, 1

²Государственный научный центр Российской Федерации –
Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского
249033, г. Обнинск Калужской обл., пл. Бондаренко, 1

Поступила в редакцию 3.11.2009 г.

Описан «кумулянтный» метод решения задач распространения излучения в случайно-неоднородных средах. С использованием фейнмановского представления функции Грина параболического уравнения квазиоптики «кумулянтным» методом получены в общем виде интегральные выражения для статистических моментов комплексной амплитуды лазерного пучка. Показано, что учет в рамках «кумулянтного» метода в определенном приближении процессов многократного рассеяния излучения на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости позволяет получить выражения для статистических моментов интенсивности с точностью, достаточной для восстановления логнормальной функции распределения.

Ключевые слова: распространение волн, случайно-неоднородные среды, метод плавных возмущений, статистические моменты интенсивности; wave propagation, randomly inhomogeneous media, method of smooth perturbation, intensity statistical moments.

Введение

В настоящее время существует ряд приближенных методов решения задач распространения электромагнитных волн в неоднородных (в том числе случайно-неоднородных) средах, которые основаны на предположении малости возмущений параметров задачи. К таким методам относятся: метод малых возмущений, метод геометрической оптики и наиболее распространенный метод плавных возмущений (МПВ) (см., например, [1, 2]). Последние два метода позволяют учесть эффекты многократного рассеяния излучения на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости. В ряде работ [3–5] оригинальные результаты, относящиеся к проблеме распространения излучения в средах с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости, были получены с использованием «кумулянтного» метода решения волновых задач. Этот метод является альтернативным МПВ в области слабых возмущений и позволяет получать асимптотические решения при сильных флуктуациях. Настоящая статья посвящена изложению «кумулянтного» метода, что представляется целесообразным в силу его относительной эффективности и удобства.

Рассмотрим распространение излучения в среде с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости. В квазиоптическом приближении

(см., например, [1, 2]) комплексная амплитуда $U(\mathbf{R})$ волны является решением параболического уравнения

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} U + \Delta_{\perp} U + k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{R}) U = 0 \quad (1)$$

со следующим граничным условием на входе (в плоскости $z = 0$) в среде:

$$U(\mathbf{R})|_{z=0} = U_0(\mathbf{p}), \quad (2)$$

где $\mathbf{R} = \{\mathbf{p}, z\}$ — трехмерный радиус-вектор; z — координата вдоль преимущественного направления распространения излучения; $\mathbf{p} = \{x, y\}$ — радиус-вектор на плоскости $z = \text{const}$; $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ — оператор Лапласа по переменным x и y ; $k = 2\pi\sqrt{\epsilon_0} / \lambda$ — волновое число, соответствующее длине волны λ ; ϵ_0 — характерное для среды среднее значение диэлектрической проницаемости; $\tilde{\epsilon}(\mathbf{R})$ — флуктуации комплексной диэлектрической проницаемости среды; $U_0(\mathbf{p})$ — комплексная амплитуда источника излучения.

В основе «кумулянтного» метода лежат запись решения задачи (1), (2) в форме интеграла Гюйгенса–Кирхгофа

$$U(\mathbf{R}) = \iint d^2 \mathbf{p}' U_0(\mathbf{p}') G(\mathbf{R} | \mathbf{p}', 0) \quad (3)$$

и представление функции Грина $G(\mathbf{R} | \mathbf{R}')$ этой задачи в виде фейнмановского интеграла по траекториям.

* Рафаиль Хамитович Алмаев; Алексей Анатольевич Суворов (suvorov@ipre.ru).