ELEMENTE

DER

THEORIE DER FUNCTIONEN

EINER

COMPLEXEN VERÄNDERLICHEN GRÖSSE.

MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER SCHÖPFUNGEN RIEMANN'S

BEARBEITET VON

Dr. H. DURÈGE,

ORD. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZU PRAG.

ZWEITE ZUM THEIL UMGEARBEITETE AUFLAGE.

LEIPZIG,

VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1873.

LEIPZIG, WALTER WIGAND'S BUCHDRUCKEREI.

Aus der Vorrede zur ersten Auflage.

Seit der Einführung der complexen Variabeln in die Functionenlehre und namentlich seit den grossen Schöpfungen *Riemann's* scheint sich ein Umschwung in der Mathematik vorzubereiten, der zwar zunächst die reine Mathematik berührt, aber wohl auch in nicht ferner Zeit auf die physikalischen Wissenschaften und die angewandte Mathematik überhaupt von Einfluss sein wird. Daher schien es mir im höchsten Grade wünschenswerth zu sein, dass diese Lehren so bald als möglich eine zusammenhängende Darstellung finden möchten. Indem ich nun eine Bearbeitung wenigstens der Elemente dieser Theorie unternahm, verhehlte ich mir keineswegs die grossen Schwierigkeiten, welche mit einem solchen Unternehmen verbunden sind; aber bei der Wichtigkeit der Sache, und weil hier wohl entschieden ein Bedürfniss vorlag, glaubte ich, dass Zögern nicht am Platze sei, und knüpfte zugleich an die Herausgabe dieses Buches die Hoffnung, dass sich durch diesen ersten Versuch Andere angeregt fühlen möchten, dieser Aufgabe ihre Kräfte zuzuwenden. —

In Beziehung auf die Anordnung des Stoffes glaube ich wegen zweier Stellen etwas bemerken zu müssen. Die erste bildet den § 21. Man bedarf zur Entwicklung der allgemeinen Eigenschaften der Functionen eigentlich nur des Satzes, dass wenn eine Function $\varphi(z)$ in einem Punkte a so unendlich wird, dass $(z - a)\,\varphi(z)$ sich einem endlichen Grenzwerthe p nähert, das um diesen Punkt genommene Integral $\int \varphi(z)\,dz = 2\pi i p$ ist. Da es mir aber schien, dass es für den Leser von Interesse sein müsste, gleich hier zu erfahren, was sich über das erwähnte Integral sagen lässt, wenn es um einen Verzweigungspunkt genommen wird, so habe ich, obgleich die vollständige Bestimmung der Werthe von Integralen, welche sich auf geschlossene Linien erstrecken, erst viel später erledigt werden kann, doch jene Betrachtung gleich im § 21 angeschlossen. Die zweite Bemerkung bezieht sich auf Abschnitt V. In diesem ist der Logarithmus und die Exponentialfunction behandelt. Nun war es allerdings nothwendig, an dieser Stelle etwas über den Logarithmus zu sagen, weil später von dessen Eigenschaften Gebrauch gemacht wird, indessen hätte dies ziemlich kurz abgemacht werden können. Es schien mir aber zweckmässiger, diesen Abschnitt etwas vollständiger zu behandeln, obgleich dadurch den Betrachtungen über Querschnitte und Periodicitätsmoduln vorgegriffen wird, einmal, weil dadurch die Natur jener beiden Functionen in ein viel helleres Licht tritt, und dann, weil diese specielle Untersuchung gerade geeignet erscheint, für jene späteren Betrachtungen die Vorstellungen zu fixiren.

Prag, den 10. October 1864.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Die vorliegende neue Auflage hat gegenüber der ersten mannigfaltige Veränderungen erfahren; insbesondeue wurde der IX. Abschnitt über einfach und mehrfach zusammenhängende Flächen vollständig umgestaltet. Der XI. Abschnitt über Bestimmung einer Function durch Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen blieb fort, und die früher in dem letzten Abschnitte enthaltenen Sätze zur Bestimmung der Ordnung des Zusammenhanges einer gegebenen Fläche wurden, ohne die Abbildung durch eine Kreisfläche zu Hülfe zu nehmen, abgeleitet und so dem IX. Abschnitte einverleibt.

Anfänglich war noch die Hinzufügung von Anwendungen beabsichtigt, aber im Hinblick auf die seitdem erschienenen Werke, insbesondere *C. Neumann:* Vorlesungen über *Riemann's* Theorie der Abel'schen Integrale, *J. Thomae:* Abriss einer Theorie der complexen Functionen etc. und andere, sowie auf das in den Mittheilungen der *B. G. Teubner*'schen Verlagsbuchhandlung 1873, Nr. 1 angekündigte Buch von *Königsberger:* Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Functionen, wurde sie schliesslich unterlassen.

Prag, im September 1873.

H. Durège.