

УДК 517.9(075.8)

ББК 22.161.6я73

А65

Рецензенты:

кафедра информационных систем в экономике УрГЭУ (завкафедрой,
д-р физ.-мат. наук проф. А. Ф. Шорилов;
ведущий научный сотрудник Института математики и механики
УрО РАН, д-р физ.-мат. наук Ю. И. Бердышев

Научный редактор — д-р физ.-мат. наук проф. А. Н. Сесекин

Андреева, И. Ю.

А65 Основы математического анализа: функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / И.Ю. Андреева, О.И. Вдовина, Н.В. Гредасова. — 2-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2018. — 99 с.

ISBN 978-5-9765-3522-0 (ФЛИНТА)

ISBN 978-5-7996-0999-3 (Изд-во Урал. ун-та)

Учебное пособие состоит из трех глав: функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы. В первой главе вводятся понятия функции нескольких переменных, предела данной функции в точке, непрерывности и дифференцируемости функции. Рассматривается экстремум функции нескольких переменных. Вторая глава посвящена основным типам дифференциальных уравнений 1-го порядка, уравнениям n -го порядка, допускающим понижение степени, а также линейным уравнениям n -го порядка. В третьей главе вводятся понятия двойного и тройного интеграла и приводятся способы их вычисления в различных системах координат. Все указанные выше темы проиллюстрированы примерами.

Учебное пособие предназначено для студентов всех специальностей и всех форм обучения, изучающих курс "Математика".

Библиогр.: 8 назв. Рис. 22.

УДК 517

ББК 22.161.6я7

ISBN 978-5-9765-3522-0 (ФЛИНТА)

ISBN 978-5-7996-0999-3 (Изд-во Урал. ун-та)

© Уральский федеральный университет, 2013

Оглавление

Глава 1. Функции нескольких переменных	5
1.1. Определение функции нескольких переменных	5
1.2. Предел функции в точке	7
1.3. Непрерывность функций нескольких переменных	8
1.4. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	10
1.5. Дифференцирование сложной функции	13
1.6. Частные производные и дифференциалы высших порядков	15
1.7. Формула Тейлора для функции нескольких переменных	16
1.8. Локальный экстремум функции нескольких переменных	17
1.9. Экстремум функции двух переменных	20
1.10. Условный экстремум	21
Глава 2. Дифференциальные уравнения	23
2.1. Дифференциальное уравнение первого порядка	23
2.2. Уравнения с разделяющимися переменными	24
2.3. Линейные уравнения	25
2.4. Уравнение Бернулли	28
2.5. Уравнение в полных дифференциалах	29
2.6. Интегрирующий множитель	32
2.7. Дифференциальные уравнения высших порядков	33
2.8. Некоторые дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка	34
2.9. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид общего решения однородного уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения	38
2.10. Однородные линейные уравнения высших порядков	40

2.11. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	45
2.12. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	48
Глава 3. Кратные интегралы	54
3.1. Двойной интеграл	54
3.2. Вычисление двойного интеграла	57
3.3. Свойства двукратного интеграла	61
3.4. Тройной интеграл	69
3.5. Вычисление тройного интеграла	70
3.6. Свойства трехкратного интеграла	73
3.7. Двойной интеграл в полярных координатах	76
3.8. Замена переменных в тройном интеграле	82
3.8.1. Тройной интеграл в цилиндрических координатах	82
3.8.2. Тройной интеграл в сферических координатах	83
3.9. Замена переменных в двойном интеграле (общий случай)	85
3.10. Приложения двойных и тройных интегралов	90
3.10.1. Вычисление площади поверхности	90
3.10.2. Плотность распределения вещества и двойной интеграл	92
3.10.3. Моменты инерции площади плоской фигуры	94
3.10.4. Координаты центра масс площади плоской фигуры	96
Список литературы	98