

УДК 517(075.8)
ББК 22.161я73
ШЗ7

Рецензенты:

кафедра «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения (протокол № 9 от 24.04.2013 г.) (завкафедрой, проф., д-р физ.-мат. наук Г. А. Тимофеева);

завотделом аппроксимации и приложений ИММ УрО РАН д-р физ.-мат. наук А. Г. Бабенко

Научный редактор – ведущий научный сотрудник ИММ УрО РАН д-р физ.-мат. наук В. Т. Шевалдин

Шевалдина, О. Я.

ШЗ7 Начала математического анализа : учеб. пособие / О. Я. Шевалдина, Е. В. Стрелкова. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 99, [1] с.

ISBN 978-5-7996-1191-0

Пособие содержит теоретические сведения по разделам «Действительные (вещественные) числа» и «Числовые последовательности». Приводятся фундаментальные понятия и доказательство ряда классических теорем. Пособие содержит большой набор иллюстративных примеров и задач разного уровня сложности с подробными решениями.

Учебное пособие предназначено для студентов.

Библиогр.: 10 назв. Рис. 10.

УДК 517(075.8)

ББК 22.161я73

ISBN 978-5-7996-1191-0

© Уральский федеральный университет, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ГЛАВА 1. НЕКОТОРЫЕ ОБЩЕМАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ..... | 5 |
| 1.1. Высказывания, аксиомы, теоремы | 5 |
| 1.2. Логические операции..... | 5 |
| 1.3. Основные формулы алгебры высказываний | 7 |
| 1.4. Множества и операции над множествами. Теоретико-множе- ственные кванторы..... | 8 |
| 1.5. Принцип включения множеств (аксиома) | 11 |
| 1.6. Принцип совпадения множеств (аксиома) | 11 |
| ГЛАВА 2. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ (ВЕЩЕСТВЕННЫЕ) ЧИСЛА | 12 |
| 2.1. Аксиоматика и некоторые свойства множества действитель- ных (вещественных) чисел | 12 |
| 2.2. Расширенная числовая прямая. Арифметические операции | 14 |
| 2.3. Модуль и знак числа. Выпуклое множество | 15 |
| 2.4. Верхние и нижние грани числовых множеств | 16 |
| 2.5. Теорема о существовании и единственности верхней (нижней) грани ограниченного числового множества..... | 20 |
| ГЛАВА 3. КЛАССЫ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ | 22 |
| 3.1. Индуктивное свойство натурального ряда | 22 |
| 3.2. Принцип математической индукции | 22 |
| 3.3. Целые и рациональные числа | 28 |
| 3.4. Иррациональные числа..... | 29 |
| 3.5. Принцип Архимеда..... | 29 |
| 3.6. Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши–Кантора)..... | 30 |
| ГЛАВА 4. ОТОБРАЖЕНИЯ..... | 32 |
| 4.1. Основные определения..... | 32 |
| 4.2. Простейшая классификация отображений | 34 |
| 4.3. Композиция функций | 35 |
| 4.4. Обратимые отображения..... | 38 |
| 4.5. Алгоритм нахождения обратной функции | 41 |
| ГЛАВА 5. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ..... | 45 |
| 5.1. Конечные суммы..... | 45 |
| 5.2. Последовательности вещественных чисел | 50 |
| 5.3. Ограниченные последовательности | 52 |

| | |
|---|-----------|
| 5.4. Предел последовательности..... | 54 |
| 5.5. Свойства сходящихся последовательностей | 58 |
| 5.6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности | 62 |
| 5.7. Сравнение последовательностей | 67 |
| 5.8. Арифметические операции над пределами последователь- ностей | 68 |
| 5.9. Задачи с решениями..... | 71 |
| 6. ПРИЗНАКИ СХОДИМОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ..... | 80 |
| 6.1. Предел монотонной последовательности..... | 80 |
| 6.2. Число ϵ | 83 |
| 6.3. Применение последовательностей в экономике | 85 |
| 6.4. Подпоследовательности | 86 |
| 6.5. Теорема Больцано–Вейерштрасса | 88 |
| 6.6. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности | 91 |
| 6.7. Задачи с решениями..... | 92 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК | 97 |