

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Л.В. Саталкина, В.Б. Пеньков

Математическое моделирование: задачи и методы механики

Учебное пособие

Липецк

Липецкий государственный технический университет

2013

УДК 531:517.9:519.6
С.21

Рецензенты: кафедра математического моделирования Тульского государственного университета, Митяев А.Г., канд. физ.-мат. наук, проф. кафедры теоретической механики Тульского государственного университета

Саталкина, Л.В.

С.21 Математическое моделирование: задачи и методы механики [Текст]: учеб. пособие / Л.В. Саталкина, В.Б. Пеньков. – Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2013. - 100 с.

ISBN

Пособие содержит цикл лабораторных работ по моделированию объектов классической механики, механики жидкости, теории упругости, термостатики сплошной среды. Предназначено для студентов, изучающих «Математическое моделирование», «Теоретическая механика» и «Механика».

Табл.7. Ил.90. Библиогр.: 4 назв.

ISBN

© Саталкина Л.В., Пеньков В.Б., 2013
© ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный
технический университет», 2013

Содержание

Введение	5
1. Лабораторная работа.....	9
«Кинематика материальной точки»	9
1. 1. Теоретическая справка	9
1.2. Задание на работу	13
1.3. Пример выполнения задания	15
Выводы по лабораторной работе	23
Контрольные вопросы.....	24
2. Лабораторная работа.....	25
«Вынужденные колебания материальной точки».....	25
2.1. Теоретическая справка	25
2.2. Задание на работу	30
2.3. Пример выполнения задания	32
Выводы по лабораторной работе	41
Контрольные вопросы.....	41
3. Лабораторная работа.....	43
«Расчет течения жидкости»	43
3.1. Теоретическая справка	43
3. 2. Задание на работу	49
3.3. Пример выполнения задания	49
Выводы по лабораторной работе	55
Контрольные вопросы.....	55
4. Лабораторная работа.....	57
«Энергетические методы механики»	57
4.1. Теоретическая справка	57
4.2. Задание на работу	62
4.3. Пример выполнения задания	64
Выводы по лабораторной работе	66

Контрольные вопросы.....	66
5. Лабораторная работа.....	67
«Метод граничных состояний».....	67
5.1. Теоретическая справка	67
5.2. Задание на работу	73
5.3. Пример выполнения задания	75
Выводы по лабораторной работе	82
Контрольные вопросы.....	82
6. Лабораторная работа.....	84
«Применение энергетических методов для решения задач механики сплошной среды».....	84
6.1. Теоретическая справка	84
6.2. Задание на работу	87
6.3. Пример выполнения задания	89
Выводы по лабораторной работе	96
Контрольные вопросы.....	96
Заключение	97
Библиографический список	99

Введение

Цикл лабораторных работ организован в соответствии с требованиями, предъявляемыми к рабочим программам учебных курсов «Математическое моделирование» для специальности «Прикладная математика», «Механика» для всех специальностей, учебные планы которых содержат одноименное название.

Конкретное наполнение цикла отвечает современным потребностям подготовки специалистов:

- необходимости владения базовыми знаниями по классической механике, механике сплошных сред (термодинамика, механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела), математическим моделям и методам анализа объектов механики, термомеханики;
- закреплению навыков работы с современными средствами анализа, опирающимися все больше на «компьютерные алгебры», чем на «число»;
- выработке строгости в части выполнения действий, замыкающихся на человека, на интерактивные процессы;
- оценке перспектив приложений личностных усилий, направлению совершенствования знаний по методам математического моделирования и механики и поиск «своего» места в методах и объектах моделирования.

Реализация цикла лабораторных работ преследует цель, состоящую в практическом приобретении навыков моделирования процессов и состояний в классической механике и механике сплошных сред. Ряд решаемых задач способствует достижению цели:

- 1) в классической механике: основополагающие задачи кинематики и динамики точки;
- 2) в механике сплошных сред: решение задач о стационарном движении идеальной жидкости, распределении тепла в теле, содержащем сингулярные особенности границы; решение основных и смешанных задач теории упругости;

3) освоение классических вариационных методов (Ритца, Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов, Треффтца);

4) изучение нового энергетического метода - метода граничных состояний.

Теоретическая ценность цикла работ раскрывается рядом положений: знание основных положений классической механики (Лагранжа и Гамильтона), механики сплошных сред, теории упругости, физики жидкостей; умение решать задачи кинематики, статики и динамики для систем материальных точек и абсолютно твердых тел, включая задачи теории колебаний, статические и динамические краевые и вариационные задачи теории упругости, задачи гидродинамики.

Практическая значимость состоит в овладении навыками формализации прикладных задач; выбора конкретных методов анализа и синтеза для ее решения; навыками решения формализованных физико-математических задач.

Структура лабораторного цикла определена перечнем лабораторных работ.

Лабораторная работа 1. «Кинематика материальной точки». Требуется установить кинематические характеристики точки в декартовой и естественной системах координат, соотнести их с траекторией движения и прокомментировать результаты.

Лабораторная работа 2. «Вынужденные колебания материальной точки». Требуется составить уравнения движения точки, присоединить к ним начальные условия, решить задачу Коши, определить параметры, сопровождающие колебательные движения точки, сравнить амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний при различных значениях коэффициентов вязкости. Результаты решения прокомментировать.

Лабораторная работа 3. «Расчет течения жидкости». Требуется решить задачу Неймана для уравнения Лапласа, описывающего потенциальное течение идеальной жидкости. Область протекания представляет собой куб. Режимы

А
фильтрации жидкости через грани назначены. Выбрать метод решения. Иллюстрации прокомментировать.

Лабораторная работа 4. «Энергетические методы механики». Требуется исследовать напряженно-деформированное состояние однородного изотропного упругого шара, нагруженного по поверхности распределенными усилиями. Результаты прокомментировать.

Лабораторная работа 5. «Метод граничных состояний». Требуется уяснить принципиальные положения нового энергетического метода граничных состояний; решить основную смешанную задачу для куба в соответствии с заданными граничными условиями; оценить точность и сходимость и прокомментировать результаты.

Лабораторная работа 6. «Применение энергетических методов для решения задач механики сплошной среды». Требуется восстановить стационарное температурное поле в области, имеющей геометрические особенности границы. На границе удерживаются условия Дирихле или Неймана в контексте уравнения Лапласа. На выбор предлагаются различные вариационные методы. Результаты прокомментировать

При выполнении лабораторных работ предъявляется ряд требований:

- в процессе подготовки к лабораторной работе требуется изучить теоретический материал и ответить на ряд тестовых вопросов, получив допуск к вычислительным работам;

- «запустить» обслуживающий лабораторную работу модуль и, следуя подсказкам и логике работы, выполнить ее содержательную часть, подготовить необходимые иллюстрации;

- основные этапы выполнения и результаты работы поместить в электронный отчет;

- защитить работу перед преподавателем.

Программное обеспечение лабораторных работ реализовано авторами в системе Mathematica 7.0 и позволяет в интерактивном режиме вводить информацию, подготовленную студентом, оперативно, «жестко» и наглядно тестировать ее истинность, предлагает возможности для корректировки исходных данных, обеспечивает качественное иллюстрирование результатов расчетов.