

**А. И. Сапожников**

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗАВАРИЙНОЙ  
ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗДАНИЙ И  
СООРУЖЕНИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ  
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И УРАГАНОВ**



**Астрахань 2015**

**А. И. Сапожников**

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗАВАРИЙНОЙ  
ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗДАНИЙ И  
СООРУЖЕНИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ  
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И УРАГАНОВ**

Допущено НМС по редакционно-издательской  
деятельности при министерстве образования  
и науки Астраханской области,  
приказ № 629 от 25.06.2007г.

Астрахань  
2015

ББК 38.5-0.28.8

С. 19

УДК 624.15.04.699.841

Рецензент: В.В. Микитянский, академик ИА,  
докт. техн. наук профессор, Засл.  
Деятель науки РФ, заведующий  
кафедрой в АГТУ

С.19 Обеспечение безаварийной эксплуатации зданий и сооружений при действии землетрясений и ураганов /А. И. Сапожников. – Астрахань: АГТУ, 2015. – 35с.: 11илл.

В брошюре приводится методика динамического расчета объектов с учетом их собственных, собственных сопутствующих и вынужденных колебаний, дан анализ особенностей поведения несущих элементов зданий и сооружений при динамических нагрузках, предложены пути повышения их прочности и жесткости.

© А. И. Сапожников, 2015

© АГТУ, 2015.

## Введение

Разгадать причину обрушения зданий и сооружений при землетрясениях и ураганах, - значит сохранить жизнь десяткам тысяч людей и обеспечить целостность многих городов и целых районов.

В настоящее время такая разгадка еще не состоялась, комиссии, обследующие последствия землетрясений и ураганов, постоянно находят причину разрушения зданий и сооружений в низком качестве строительных работ. Однако строительство происходит в полевых условиях и это достигнутый уровень качества, присущий имеющимся условиям проведения работ. Причину разрушений следует искать в кабинетах ученых и проектировщиков. Они должны обеспечить устойчивость объектов к проявлениям стихии при имеющемся качестве строительства.

Забегая вперед и опираясь на разумную внушаемость читателя, берусь заявить, что обсуждаемые разрушения происходят из-за неправильного определения сейсмических и ветровых нагрузок и из-за несоответствия действительного поведения нагруженных конструкций характеру их разрушения, принимаемому в расчете.

## 1. Определение сейсмической и ветровой нагрузки на здания и сооружения, приведенные к осциллятору

Выбор осциллятора в качестве расчетной модели в данной работе вызван не столько ее практической пользой, сколько желанием добиться высокого уровня понимания студентами проблем, связанных с определением динамических нагрузок на здания и сооружения (ЗиС), поскольку повышение точности определения нагрузки – одна из основных задач качественного проектирования ЗиС.

Следует сразу же уяснить разницу в передаче объекту сейсмической и ветровой нагрузок. Первая передается кинематическим путем, т.е. в результате поступательно-возвратного перемещения основания (по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ), по результирующему направлению, вторая – фактическим воздействием на объект. В том и другом варианте нагружения объекта его математическое описание может представлять собой импульс, гармоническое воздействие, воздействие системы гармонических сил–полигармоническое воздействие, негармоническое и комплексное воздействие.

Следует отметить, что для зданий и сооружений, имеющих достаточно широкий спектр частот, в то же время с близкорасположенными значениями, импульс следует рассматривать в контексте отношения времени его действия  $\Delta t$  и величины  $T/4$ , где  $T$  – период колебания объекта. Импульсом следует считать воздействие относительно только тех форм колебаний, для которых  $\Delta t \ll T_i/4$ ,  $T_i$  - период колебания объекта по  $i$ -й форме. При значениях  $\Delta t$ , близких к величине  $T_i/4$ , наблюдается так называемый ударный резонанс.

В настоящее время нет методов определения точного значения сейсмической нагрузки, и ее вычисляют на основе записей прошлых землетрясений. Такой подход может дать лишь условные значения нагрузки, во-первых, потому что каждое землетрясение индивидуально, во-вторых, записи колебания на незастроенной территории и на основании здания могут (должны) заметно отличаться.

Вместе с тем, следует учесть, что грунт пропускает конкретный спектр частот, наполняемость которого так или иначе, в конце концов, удастся определить. Сложнее, если вообще возможно, установить значения амплитудных параметров движения земли, привязанных к той или иной частоте ее колебания. Здесь остается принимать их значения на основе записей прошлых землетрясений и, чтобы не полагаться на авось, проблему сейсмостойкости зданий и сооружений решать не только путем все более тщательного уточнения величины сейсмической нагрузки, но и путем изучения

их способности ее воспринимать. Из этого вытекает еще одна важная задача, решение которой будет способствовать динамической устойчивости сооружений. Речь идет о соответствии предполагаемого в расчете и реального поведения нагруженных конструкций.

Но вернемся к определению сейсмической нагрузки. Приняв ее в виде одного или системы импульсов, следует вначале определить периоды нескольких низших форм колебания рассматриваемого объекта, с целью сравнения величин  $\Delta t$  и  $T_i/4$ , где  $i=1; 2; 3; \dots, K$ , при которых выполняется условие, что  $\Delta t \ll T_K/4$ , и эти  $K$  форм рассчитывать на импульсивное воздействие. Для номеров  $i > K$  следует осуществлять расчет на «ударный резонанс», когда  $T_K/4 > \Delta t > T_r/4$ , где между  $K$  и  $r$  располагается несколько форм колебания со значениями  $T_K/4 \lesseqgtr 1,5\Delta t$ . В этом интервале нагрузка описывается функцией  $P \sin \omega_i t \Big|_{t_i}^{t_{i+1}}$ , действующей на полупериоде – от  $t_i = 0$  до  $t_{i+1} = T/2$ , или на четверти периода – от  $t_i = 0$  до  $t_{i+1} = T/4$ .

Давление ветра на здание статическим называется условно, на самом деле это длинопериодное воздействие, продолжительность которого существенно превышает четверть периода, т.е.  $\tau_g \gg T_g/4$ , где  $T$  – период колебания здания.

Помимо длинопериодных, имеются еще динамические краткопериодные пульсации ветра, у которых  $\tau_g \ll T_g/4$ .

Поскольку эти воздействия проявляются одновременно, их математическая характеристика описывается простейшей функцией

$$S_{\Sigma}(t) = f_g \sin \frac{\pi t}{T_g} + f_K \sin \frac{\pi t}{T_K}.$$

В общем случае это равенство должно представлять собой разложение в ряд Фурье ветрового воздействия, т.е. содержать еще и члены  $f \cos \frac{\pi t}{T}$ , имеющие в момент времени  $t=0$  численное значение, т. к.  $\cos 0 = 1$ . Иными словами, как и при землетрясении, нагрузка порождает начальные условия: косинусы – начальные смещения; синусы – скорости (или импульсы). Ветровое воздействие передается зданию, в отличие от сейсмического воздействия, динамическим, а не кинематическим путем. Начальные условия вносят свой вклад в величину ветрового воздействия.

Приведем качественные характеристики ветрового воздействия:  $T_g = 15\text{с}$ ,  $T_K = 3\text{с}$ ,  $f_g = kq_{og}$ ,  $f_K = kq_{oK}$ , где  $k$  – ветровая характеристика района.

Рассмотрим решение задачи при действии импульса. Его величина  $S_0$  определяется из известного равенства теоретической механики для количества движения  $mV = F \Delta t = S_0$ , т. е.  $V_k = S_0/m$ .

Уравнение колебаний осциллятора имеет вид

$$M\ddot{y}(t) + \left(1 + \frac{\gamma}{\omega_0} \frac{d}{dt}\right)Cy(t) = q(t), \quad (1)$$

где  $M$  – масса осциллятора;

$C$  – коэффициент его жесткости;

$\gamma$  – характеристика демпфирования;

$\omega_0$  – преобладающая частота воздействия;

$y$  – смещение осциллятора;

$q$  – величина нагрузки,

решение, которого при  $q(t) = 0$  и начальных условиях  $y(0) = y_0$ ,  $\dot{y}(0) = V_0$  имеет

вид  $y(t) = e^{-\varepsilon t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) = e^{-\varepsilon t} \left( y_0 \cos \bar{\omega} t + \frac{\varepsilon y_0 + V_0}{\bar{\omega}} \sin \bar{\omega} t \right)$ , где  $\varepsilon = \gamma \omega^2 / 2\omega_0$ ,

$\bar{\omega} = \sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2}$ ,  $\omega_0$  – преобладающая частота внешнего воздействия.

При  $q(t) \neq 0$  решение уравнения (1) принимает вид

$$y(t) = e^{-\varepsilon t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + \frac{1}{\omega^2} \int_0^t q(\tau) e^{\varepsilon(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau,$$

где  $A$  и  $B$  – произвольные постоянные.

С учетом начальных условий  $y(0) = y_0$ ,  $\dot{y}(0) = V_0 = S_0 / m$  при значении нагрузки  $q(t) = P \cos \omega_0 t$  имеем

$$y(t) = e^{-\varepsilon t} \left\{ \left[ y_0 \cos \bar{\omega} t + \frac{\varepsilon y_0 + V_0}{\bar{\omega}} \sin \bar{\omega} t \right] + R \left[ \cos \varphi \cdot \cos \bar{\omega} t + \frac{\varepsilon \cos \varphi - \omega_0 \sin \varphi}{\bar{\omega}} \sin \bar{\omega} t \right] \right\} + R \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (2)$$

где  $R = P / \sqrt{(\bar{\omega}^2 - \omega_0^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_0^2}$ ,  $\varphi = \arctg 2\varepsilon \omega_0 / (\bar{\omega}^2 - \omega_0^2)$ ,  $P = q/M$ .

Если нагрузка представляет собой функцию  $P(t) = P \sin \omega_0 t$ , то члены  $\cos \varphi$ ,  $\sin \varphi$  в последнем равенстве меняются местами.

## 2. Определение характера колебания зданий и сооружений как системы с $n$ степенями свободы при действии динамической нагрузки

Изучение теории колебаний зданий и сооружений (а именно в этом случае важно исследование гармонических колебаний, наиболее простых для изучения и в то же время самых опасных) должно состоять в освоении студентами ее алгоритмов.

Теория включает две важные задачи:

- методику исследования свободных колебаний, т.е. определения собственных колебаний и соответствующих им изменения формы объектов;
- методику определения изменения положения объекта в течение времени под действием приложенных к нему динамических (в том числе гармонических) нагрузок.

Для простоты понимания материала методики излагаются на примере системы с двумя степенями свободы.

### 2.1. Свободные колебания

Уравнения колебаний системы с двумя степенями свободы имеют вид

$$\begin{cases} M_1 \ddot{V}_1 + r_{11} V_1 + r_{12} V_2 = 0, \\ M_2 \ddot{V}_2 + r_{21} V_1 + r_{22} V_2 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $M_i$  - массы;  $r_{ij}$  - коэффициенты жесткости;  $V_i$  - смещения масс.

Решение задачи ищем в виде

$$V_1(t) = V_1 \sin(\omega t + \beta), \quad V_2(t) = V_2 \sin(\omega t + \beta), \quad (4)$$

амплитуды отклонения образуют соотношение  $V_2/V_1 = \mu$ , используя которое, придадим равенствам (4) следующий вид

$$V_1 = V_1 \sin(\omega t + \beta), \quad V_2 = \mu V_1 = \mu V_1 \sin(\omega t + \beta) \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3) приводит к уравнениям

$$\begin{cases} (r_{11} - M_1 \omega^2) + \mu r_{12} = 0, \\ r_{21} + \mu(r_{22} - M_2 \omega^2) = 0, \end{cases}$$

которые определяют уравнение частот  $(r_{11} - M_1 \omega^2) \cdot (r_{22} - M_2 \omega^2) - r_{12}^2 = 0$  и, соответственно, частоты собственных колебаний  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , а также соотношения

$$\begin{cases} \mu_1 = -\frac{r_{11} - M_1 \omega_1^2}{r_{12}} = -\frac{r_{21}}{(r_{22} - M_2 \omega_1^2)}, \\ \mu_2 = -\frac{r_{11} - M_1 \omega_2^2}{r_{12}} = -\frac{r_{21}}{(r_{22} - M_2 \omega_2^2)}. \end{cases}$$

Приняв теперь  $V_2^{(1)} / V_1^{(1)} = V_2^{(1)} / V_1^{(1)} = \mu_1$ ,  $V_2^{(1)} = \mu_1 V_1^{(1)}$ , получим уравнения

колебания по первой форме  $\begin{cases} V_1^{(1)} = V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1), \\ V_2^{(1)} = \mu_1 V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1), \end{cases}$  где  $\beta_1$  - начальная фаза,

соответствующая  $\omega_1$ ; индекс сверху (1) – номер формы колебания; а приняв

$V_2^{(2)} / V_1^{(2)} = V_2^{(2)} / V_1^{(2)} = \mu_2$ ,  $V_2^{(2)} = \mu_2 V_1^{(2)}$ , получим уравнения колебания по

второй форме  $\begin{cases} V_1^{(2)} = V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2), \\ V_2^{(2)} = \mu_2 V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2). \end{cases}$

Из полученного решения можно увидеть, что по каждому из главных колебаний обе массы проходят нулевое положение и достигают максимальных отклонений одновременно. По каждому из главных колебаний их амплитуды находятся в постоянном соотношении ( $\mu_1$  или  $\mu_2$ ).

Полное решение задачи имеет вид

$$\begin{cases} V_1 = V_1^{(1)} + V_1^{(2)} = V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2), \\ V_2 = V_2^{(1)} + V_2^{(2)} = \mu_1 V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + \mu_2 V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2). \end{cases} \quad (6)$$

Оно описывает результирующее движение объекта, которое не является простым гармоническим колебанием, т.к. суммирует движения с различными частотами.

В равенствах (6) имеются четыре произвольные постоянные  $V_1^{(1)}$ ,  $V_1^{(2)}$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , определяемые из следующих начальных условий  $V_1(0) = V_{10}$ ,  $V_2(0) = V_{20}$ ,  $\dot{V}_1(0) = \dot{V}_{10}$ ,  $\dot{V}_2(0) = \dot{V}_{20}$ .

## 2.2. Вынужденные колебания

Их появление вызывают силы

$$\rho_1 = P_1 \sin(kt + \delta), \quad \rho_2 = P_2 \sin(kt + \delta), \quad (7)$$

представляющие правую часть уравнений (3).

Решение ищем в виде

$$V_{1p} = V_{1p} \sin(kt + \delta), \quad V_{2p} = V_{2p} \sin(kt + \delta) \quad (8)$$

Тогда  $\ddot{V}_{1p} = -V_{1p}k^2 \sin(kt + \delta)$ ,  $\ddot{V}_{2p} = -V_{2p}k^2 \sin(kt + \delta)$ . Подставив эти равенства в уравнение (3) с правой частью (7), получим

$$\begin{cases} (r_{11} - M_1 k^2)V_{1p} + r_{12}V_{2p} = P_1, \\ r_{21}V_{1p} + (r_{22} - M_2 k^2)V_{2p} = P_2, \end{cases} \text{откуда} \begin{cases} V_{1p} = \frac{P_1(r_{22} - M_2 k^2) - P_2 r_{12}}{(r_{11} - M_1 k^2)(r_{22} - M_2 k^2) - r_{12}^2}, \\ V_{2p} = \frac{P_2(r_{11} - M_1 k^2) - P_1 r_{12}}{(r_{11} - M_1 k^2)(r_{22} - M_2 k^2) - r_{12}^2}, \end{cases}$$

Подставив  $V_{ip}$  в (8), устанавливаем: вынужденные колебания являются гармоническими и имеют частоту и фазу возбуждающих сил. Полное решение задачи будет таким

$$V_1 = V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2) + V_{1p} \sin(kt + \delta),$$

$$V_2 = \mu_1 V_1^{(1)} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + \mu_2 V_1^{(2)} \sin(\omega_2 t + \beta_2) + V_{2p} \sin(kt + \delta).$$

### 2.3. Вынужденные колебания при нагрузке общего вида

Рассматривается решение уравнений (3) с силами, представляющими ее правую часть,  $P_1(t)$  и  $P_2(t)$ . Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} M_1 \ddot{V}_1(t) + r_{11}V_1(t) + r_{12}V_2(t) = P_1(t), \\ M_2 \ddot{V}_2(t) + r_{21}V_1(t) + r_{22}V_2(t) = P_2(t) \end{cases} \quad (9)$$

Представим решение однородной части уравнений (9) в виде

$$V_1^{(i)}(t) = V_1^{(i)} \sin(\omega_i t + \beta_i),$$

$$V_2^{(i)}(t) = V_2^{(i)} \sin(\omega_i t + \beta_i),$$

где  $i$  – номер формы колебания,  $i=1,2$ .

Подставим их в однородную часть уравнения (9). Тогда амплитудные значения смещений  $V$  определятся из уравнений

$$\begin{cases} r_{11}V_1^{(i)} + r_{12}V_2^{(i)} = M_1 \omega_i^2 V_1^{(i)}, \\ r_{21}V_1^{(i)} + r_{22}V_2^{(i)} = M_2 \omega_i^2 V_2^{(i)} \end{cases} \quad (10)$$

Если умножить каждое уравнение (10) соответственно на  $V_1^{(K)}$  и  $V_2^{(K)}$  и сложить результаты, придавая затем индексам  $i$  и  $K$  конкретные значения ( $i, K=1,2$ ) и вычитая равенства с различными индексами, получим следующее условие ортогональности:

$$M_1 V_1^{(i)} V_1^{(K)} + M_2 V_2^{(i)} V_2^{(K)} = 0, \quad i \neq K \quad (11)$$

Условие (11) позволяет построить общее решение системы уравнений (9), для чего ее грузовые члены (силы) представим в виде линейной