

УДК 517.31(075.8)
ББК 22.161.1я73
О75

Рецензент – кандидат физико-математических наук, доцент И.В. Игнатушина

Авторы: И.К. Зубова, О.В. Острая, Л.М. Анциферова, Е.Н. Рассоха

О75 Основы математического анализа (модуль «Неопределенный интеграл»): учебное пособие / И.К. Зубова, О.В. Острая, Л.М. Анциферова, Е.Н. Рассоха; Оренбургский гос. ун-т – Оренбург: ОГУ, 2017 – 119 с. ISBN 978-5-7410-1794-4

Самоучитель «Основы математического анализа» представляет собой комплекс методических материалов, который должен помочь студенту в самостоятельной работе над курсом математического анализа. Этот самоучитель состоит из нескольких пособий. Данное пособие посвящено третьей части курса, изучающейся во втором семестре, где рассматриваются основные понятия интегрального исчисления функции одной переменной. Это понятия первообразной функции, неопределённого интеграла, основные методы интегрирования. Наряду с таблицей основных интегралов и анализом главных методов интегрирования представлен подробный обзор приёмов, применяющихся при интегрировании различных функций.

Кроме теоретических сведений, представлены типичные задачи с решениями по каждой теме, вопросы для самоконтроля и задачи для самостоятельного решения, а также перечень теоретических вопросов к экзамену по модулю «Неопределенный интеграл». В связи с этим самоучитель рекомендуется для самостоятельной работы студентов.

Самоучитель предназначен для студентов, обучающихся по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, но может использоваться всем обучающимся по физико-математическим, естественнонаучным и инженерно-техническим направлениям подготовки.

ISBN 978-5-7410-1794-4

УДК 517.31(075.8)
ББК 22.161.1я73
©Анциферова Л.М., Зубова И.К.,
Острая О.В., Рассоха Е.Н., 2017
© ОГУ, 2017

Содержание

Предисловие.....	7
Введение.....	8
1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл.....	9
1.1 Введение понятий первообразной функции и неопределенного интеграла...	9
1.2 Свойства неопределенного интеграла.....	11
1.3 Таблица основных интегралов.....	12
1.4 Примеры непосредственного интегрирования.....	14
1.5 Примеры решения задач.....	15
1.6 Вопросы для самоконтроля.....	18
1.7 Задачи для самостоятельного решения.....	18
2 Метод замены переменного в неопределенном интеграле.....	19
2.1 Понятие об интегрировании посредством замены переменного.....	19
2.2 Две разновидности метода замены переменного	21
2.3 Тригонометрическая подстановка.....	23
2.4 Примеры решения задач.....	25
2.5 Вопросы для самоконтроля.....	33
2.6 Задачи для самостоятельного решения.....	34
3 Основные методы интегрирования (продолжение). Метод интегрирования «по частям».....	35
3.1 Формула интегрирования «по частям».....	35
3.2 Примеры решения задач.....	38
3.3 Вопросы для самоконтроля.....	41
3.4 Задачи для самостоятельного решения.....	42
4 Интегралы от функций, содержащих квадратный трехчлен.....	42
4.1 Два важных частных случая применения простейших формул интегрирования.....	42
4.2 Интегралы видов I и II.....	43
4.3 Интегралы вида III.....	45
4.4 Интегралы вида IV.....	46
4.5 Примеры решения задач.....	48
4.6 Вопросы для самоконтроля.....	51
4.7 Задачи для самостоятельного решения.....	51
5 Интегрирование дробно-рациональных функций.....	52
5.1 Понятие о дробно-рациональной функции. Правильные и неправильные дроби	52
5.2 Разложение правильной дроби на элементарные слагаемые дроби.....	53
5.3 Интегрирование дробно-рациональных функций.....	54
5.4 Рекуррентная формула для интеграла $I_* = \int \frac{Ax + B}{(x^2 + px + q)^n} dx$	59
5.5 Примеры решения задач.....	62
5.6 Вопросы для самоконтроля.....	70

5.7 Задачи для самостоятельного решения.....	71
6 Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.....	71
6.1 Интегрирование функций, рационально зависящих от тригонометрических	72
6.1.1 Универсальная тригонометрическая подстановка.....	72
6.1.2 Случай функции, нечетной относительно синуса или косинуса.....	72
6.1.3 Случай функции, четной относительно синуса и косинуса.....	74
6.2 Интегрирование произведений синусов и косинусов.....	75
6.3 Интегралы вида $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$, где m или n – нечетное положительное число.....	75
6.4 Интеграл вида $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$, где $m + n$ – четное отрицательное целое число.....	76
6.5 Интеграл вида $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$, где m и n – четные неотрицательные числа.....	76
6.6 Примеры решения задач.....	77
6.7 Вопросы для самоконтроля.....	84
6.8 Задачи для самостоятельного решения.....	85
7 Интегрирование некоторых алгебраических иррациональностей.....	85
7.1 Интегралы вида $\int R(x, \sqrt[n]{x}) dx$	86
7.2 Интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$	87
7.3 Интегралы, в которых подынтегральная функция представляет собой рациональную функцию от независимой переменной x и корня из квадратного трехчлена.....	88
7.3.1 Интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt{px^2 + qx + r}\right) dx$	88
7.3.2 Интеграл вида $\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{v(x)}} dx$, где $P_n(x)$ – многочлен степени n , а $v(x)$ – квадратный трехчлен.....	89
7.4 Интегралы вида $\int x^m (a + bx^n)^p dx$, где m, n, p – рациональные числа.....	90
7.5 Примеры решения задач.....	92
7.6 Вопросы для самоконтроля.....	99
7.7 Задачи для самостоятельного решения.....	100
8 Некоторые сведения о гиперболических функциях.....	100
8.1 Гиперболические функции.....	100
8.2 Примеры решения задач.....	104
8.3 Вопросы для самоконтроля.....	108
8.4 Задачи для самостоятельного решения.....	108
8.5 «Неберущиеся» интегралы.....	108
9 Обзор методов и приемов интегрирования основных видов интегралов.....	110
9.1 Основные методы и приемы интегрирования.....	110

9.2 Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл».....	115
10 Вопросы к коллоквиуму по теме «Неопределенный интеграл».....	116
Список использованных источников.....	117