Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра теоретической физики

Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская

ВВЕДЕНИЕ
В КАЛИБРОВОЧНУЮ ТЕОРИЮ КЛАССИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Методические указания

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по направлению Физика

Ярославль 2009

ŋqqqʎeʎ bɆ deqɆbʎɜe b ɛɑɒbɔɐ ɟqqqʎqɐè

УДК 539.12 + 51
ББК В 314я73
М 69

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009 года

Рецензент
кафедра теоретической физики
Ярославского государственного университета
им. П. Г. Демидова

М 69 **Михеев, Н. В.** Введение в калибровочную теорию классических полей: метод. указания/ Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова – Ярославль: ЯрГУ, 2009. - 32 с.

В данных методических указаниях рассматриваются основы построения теории классических калибровочных полей. Подробно излагается методика построения лагранжианов взаимодействующих полей на основе принципа локальной калибровочной инвариантности, механизм спонтанного нарушения симметрии.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 010700.68 Физика, программа „Теоретическая и математическая физика“ (дисциплина „Введение в калибровочную теорию классического поля“, блок СДМ), очной формы обучения.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 539.12 + 51
ББК В 314я73

ŋqdqүеҮ рɆ dеdɆbҮзе d есаbсү Ɉdddүqүè

В основу теории калибровочных полей положены принципы симметрии, главной из которой является локальная симметрия. Локальная симметрия – частный случай так называемой внутренней симметрии, играющей фундаментальную роль в физике элементарных частиц. В отличие от глобальной симметрии, при которой параметры преобразований не зависят от точки пространства-времени и поле преобразуется во всех точках одинаково, локальная симметрия предполагает преобразования с параметрами, различными в каждой точке пространства-времени:

$$\alpha_a = \alpha_a(x).$$

Преобразования вида

$$\varphi(x) \to \varphi'(x) = U(x)\,\varphi(x)$$

называют калибровочными преобразованиями.

При этом в отличие от лоренцовской симметрии, соответствующей внешним динамическим характеристикам частиц (спин, энергия, импульс), внутренняя симметрия характеризует свойства самих частиц.

Основным постулатом теории калибровочных полей является утверждение, что наблюдаемая физика является калибровочно инвариантной, то есть инвариантной относительно соответствующих калибровочных преобразований полей. Это требование накладывает жесткие ограничения на уравнения движения, что, как будет показано ниже, приводит к необходимости существования компенсирующих калибровочных полей, которые обеспечивают взаимодействие между частицами.

При изложении дальнейшего материала мы будем предполагать, что лагранжианы свободных полей известны, а именно:

1. Лагранжиан скалярного комплексного поля (спин = 0):

$$L = (\partial_\mu\varphi^*)\,(\partial_\mu\varphi) - m^2\,\varphi^*\,\varphi.$$

Скалярное комплексное поле φ строится как суперпозиция двух вещественных полей φ_1 и φ_2

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + i\varphi_2}{\sqrt{2}},$$

и его лагранжиан в терминах этих полей имеет вид:

$$L = \frac{1}{2}\left((\partial_\mu\varphi_1)^2 + (\partial_\mu\varphi_2)^2\right) - \frac{m^2}{2}\left(\varphi_1^2 + \varphi_2^2\right).$$

2. Лагранжиан спинорного поля (спин $= 1/2$):

$$L = \bar{\psi}\left(\gamma_\mu p^\mu - m\right)\psi.$$

3. Лагранжиан векторного вещественного поля (спин $= 1$), например, поля Z-бозона:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2(Z) + \frac{1}{2}m^2 Z_\mu^2.$$

Векторное комплексное поле (спин $= 1$), например, поле W-бозона описывается лагранжианом:

$$L = -\frac{1}{2}F_{\mu\nu}^*(W)\,F^{\mu\nu}(W) + m^2 W_\mu^* W^\mu.$$

Лагранжиан векторного поля нейтральной частицы (спин $= 1$), поля безмассового фотона,

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2(A).$$

Все представленные лагранжианы квадратичны по полям. Они приводят к линейным уравнениям для поля. Такие поля и называются свободными.

Проблема состоит в том, как включить взаимодействие между полями, то есть как построить теорию взаимодействующих полей.

1. Построение лагранжианов взаимодействующих полей

Рассмотрим, как можно „включить“ взаимодействие в лагранжиане на примере квантовой электродинамики. Как известно, квантовая электродинамика является калибровочной

ђqdbyэY bЕ dэdЕbYзэ d єэдbєэ ЗddbYqyè

теорией. Покажем, как теория взаимодействующих полей может быть выведена из теории свободных полей, если потребовать локальную калибровочную инвариантность.

Рассмотрим лагранжиан свободных электромагнитного и электронного полей:

$$L = -\frac{1}{4}\, F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}\, (i\, \gamma_\mu\, \partial^\mu - m)\, \psi. \tag{1.1}$$

Здесь первое слагаемое описывает свободное электромагнитное поле $A_\mu(x)$, второе – свободное электронное поле $\psi(x)$.

Легко видеть, что лагранжиан (1.1) обладает U(1) глобальной симметрией, соответствующей инвариантности теории относительно фазовых преобразований с фазой α, не зависящей от координат:

$$\begin{aligned} \psi(x) \;&\to\; \psi'(x) = e^{-i\alpha}\, \psi(x), \\ \bar{\psi}(x) \;&\to\; \bar{\psi}'(x) = e^{i\alpha}\, \bar{\psi}(x). \end{aligned}$$

Потребуем инвариантности лагранжиана относительно локального фазового преобразования, заменяя параметр α на функцию $\alpha(x)$. Теперь поле ψ будет преобразовываться по правилу:

$$\begin{aligned} \psi(x) \;&\to\; \psi'(x) = e^{-i\alpha(x)}\, \psi(x), \\ \bar{\psi}(x) \;&\to\; \bar{\psi}'(x) = e^{i\alpha(x)}\, \bar{\psi}(x). \end{aligned} \tag{1.2}$$

Очевидно, что лагранжиан (1.1) не инвариантен относительно преобразований (1.2), поскольку преобразование производной поля не совпадает с преобразованием самого поля, как это имело место в случае постоянной фазы

$$\begin{aligned} \partial_\mu\, \psi(x) \;\to\; \partial_\mu\, \psi'(x) &= \partial_\mu\, (e^{-i\alpha(x)}\, \psi(x)) = \\ &= e^{-i\alpha(x)}\, (\partial_\mu\, \psi(x) - i\, (\partial_\mu \alpha(x))\, \psi(x)) \neq e^{-i\alpha(x)}\, \partial_\mu\, \psi(x). \end{aligned} \tag{1.3}$$

Для того чтобы компенсировать неинвариантность обычной производной, введем новую, так называемую удлиненную производную

$$D_\mu = (\partial_\mu + i\, e\, A_\mu), \tag{1.4}$$