

УДК 517.938:621.38(075.8)  
А456

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *В. А. Хрусталеv*  
д-р техн. наук, профессор *В. П. Разинкин*  
канд. техн. наук, доцент СибГУТИ *Г. М. Сидельников*

Работа выполнена на кафедре электроники и электротехники НГТУ  
и предназначена для магистрантов кафедры ЭЭ НГТУ  
по специальности 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника»,  
профиль «Промышленная электроника и микропроцессорная техника»

**Алгазин Е. И.**

А456 Методы качественного анализа динамических систем: учебное пособие / Е. И. Алгазин. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2023. — 71 с.

ISBN 978-5-7782-4933-2

Настоящее учебное пособие содержит материал по теории динамических систем и методам их качественного исследования. Приведены основы бифуркационного анализа динамических систем. Цель пособия — показать эффективность методов и приемов качественного исследования динамических систем, что несомненно способствует расширению набора используемых методов и подходов магистрантов в их исследованиях и разработках устройств электроники и наноэлектроники.

УДК 517.938:621.38(075.8)

ISBN 978-5-7782-4933-2

© Алгазин Е. И., 2023  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2023

## Оглавление

Предисловие .....	6
ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ БИФУРКАЦИЙ .....	7
ГЛАВА 1. Двумерные консервативные системы. Неконсервативные динамические системы теории колебаний .....	7
§ 1. Свойства консервативных систем на плоскости.....	7
§ 2. Динамические системы, характерные для теории колебаний .....	9
§ 3. Измененные системы. Системы, правые части которых зависят от параметра .....	11
ГЛАВА 2. Грубые динамические системы .....	14
§ 1. Определение грубой динамической системы.....	14
§ 2. Состояния равновесия, возможные в грубой динамической системе.....	18
§ 3. Состояние равновесия с чисто мнимыми характеристическими корнями .....	19
§ 4. Замкнутые траектории, возможные в грубой системе .....	20
§ 5. Поведение сепаратис седел в грубых системах .....	22
§ 6. Необходимые условия грубости. Достаточность этих условий для грубости системы.....	23
§ 7. Пространство динамических систем. Плотность грубых (двумерных) динамических систем.....	25

§ 8. Понятие грубости при более общих предположениях относительно правых частей динамической системы.....	27
§ 9. Типы особых траекторий и ячеек в грубых системах .....	29
§ 10. Замечания по поводу определения грубой системы.....	32

### ГЛАВА 3. Простейшие негрубые динамические системы

(системы первой степени негрубости).....	34
§ 1. Общие замечания.....	34
§ 2. Системы первой степени негрубости.....	34
§ 3. Состояния равновесия, возможные в системе первой степени негрубости.....	36
§ 4. Замкнутые траектории, возможные в системе первой степени негрубости.....	37
§ 5. Условия для сепаратисы седел и седел-узлов в системе первой степени негрубости .....	38
§ 6. Необходимые и достаточные условия первой степени негрубости.....	39
§ 7. Динамические системы более высокой степени негрубости.....	41

### ГЛАВА 4. Бифуркации при изменении правых частей динамической

системы.....	44
§ 1. Определение бифуркации .....	44
§ 2. Бифуркации систем первой степени негрубости .....	46
§ 3. Бифуркации некоторых типов сложных особых точек .....	51
§ 4. Бифуркации двукратной точки, для которой $\Delta = 0$ и $\sigma = 0$ .....	55
§ 5. Рождение предельных циклов из особых траекторий степени негрубости выше первой .....	59

### ГЛАВА 5. Динамические системы, правые части которых содержат

параметры .....	61
§ 1. Возможный характер зависимости правых частей динамической системы от параметров .....	61

§ 2. Бифуркации от бесконечности .....	63
§ 3. Поворот векторного поля.....	66
Заключение.....	69
Библиографический список .....	70