

УДК 629.78

## Определение относительного положения объектов по первым разностям фазовых измерений одной эпохи

**А. И. Жодзишский**, д.т.н., *ntsmou@rniikp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**О. В. Нестеров**, аспирант, *ntsmou@rniikp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**А. С. Букин**, аспирант, *ntsmou@rniikp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**Аннотация.** Рассмотрен новый метод, позволяющий по дробным частям первых разностей фазовых измерений одной эпохи определять относительное положение объектов (вектор базисной линии) с миллиметровой погрешностью. Показано, что искомые координаты конца вектора базисной линии соответствуют основному минимуму приведенной квадратичной функции. Разработаны алгоритм поиска локальных минимумов и два варианта выбора основного из них: принятие решения по порогу и принятие решения по абсолютному минимуму. Приведен алгоритм вычисления вектора базисной линии и даны вероятностные и временные характеристики при его реализации для случая совместного использования одночастотных (диапазон  $L_1$ ) измерений ГЛОНАСС и GPS.

Метод назван методом РКС по названию организации (АО «Российские космические системы»), получившей на него патент. Приведена классификация известных методов разрешения неоднозначности фазовых измерений, в которую включен метод РКС. Метод РКС относится к геометрическим, поиск пространственных координат конца вектора базисной линии в котором производится в геоцентрической системе координат с исключением неизвестных чисел целых циклов фазы. Метод оказывается нечувствительным к потере счета циклов фазы принимаемых сигналов.

**Ключевые слова:** глобальные навигационные спутниковые системы, относительное позиционирование, фазовые измерения, устранение неоднозначности

## Determination of the Relative Position of Objects by the First Phase Measurement Differences of One Epoch

**A. I. Zhodzishskiy**, Dr. Sci. (Engineering), *ntsmou@rniikp.ru*

*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**O. V. Nesterov**, postgraduate student, *ntsmou@rniikp.ru*

*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**A. S. Bukin**, postgraduate student, *ntsmou@rniikp.ru*

*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**Abstract.** A new method is considered that allows determination of the relative position of objects (the vector of the baseline) within a millimeter error by the the fractional parts of the first differences in the phase measurements of one epoch. It is shown that the unknown coordinates of the end of the baseline vector correspond to the basic minimum of the reduced quadratic function. An algorithm for searching for local minima has been developed, as well as two approaches to selection of the main minimum: decision-making by the threshold and decision-making by the absolute minimum. An algorithm for computing the baseline vector is given and probabilistic and time characteristics are given for its implementation for the case of sharing single-frequency ( $L_1$ ) range of GLONASS and GPS measurements.

The method is called the "RSS method" by the name of the patent holder (JSC "Russian Space Systems"). A classification of known methods for resolving the ambiguity of phase measurements is presented, which includes the RSS method. The RSS method is a geometric method, in which the search for spatial coordinates of the end of the baseline vector is performed in a geocentric coordinate system with the elimination of the unknown integer number of phase cycles. The method is insensitive to the loss of the count of the phase cycles of the received signals.

**Keywords:** global navigation satellite systems, relative positioning, phase measurements, elimination of ambiguity

## Введение

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) находят все большее применение при решении различных задач как оборонного, так и гражданского назначений. Наиболее высокую точность использование ГНСС позволяет обеспечить при определении относительного положения объектов. Относительное положение объектов с высокой точностью требуется в геодезии, при строительстве, мониторинге смещений инженерных сооружений и земной поверхности, беспилотном управлении летательными и наземными аппаратами и т. п. [1]. Оно также используется для пространственной ориентации движущихся объектов и механизмов.

Относительное (взаимное) положение объектов можно задавать вектором  $\mathbf{L}$  базисной линии, начало которого находится в точке 1 с координатами  $\{x_1, y_1, z_1\}$ , а конец — в точке 2 с координатами  $\{x_2, y_2, z_2\}$ :  $\mathbf{L}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$ . При этом пользователю значения абсолютных координат точек не требуется либо они являются известными с допустимой погрешностью.

При использовании ГНСС определение вектора  $\mathbf{L}$  производится по разностям измерений навигационных приемников, установленных в точках 1 и 2. Кодовые измерения позволяют обеспечить метровую точность, а использование разностей фазовых измерений открывает возможность определения относительного положения объектов с миллиметровой погрешностью. В последнем случае обычно применяются первые и вторые разности фазовых измерений.

Основная проблема обработки фазовых измерений — их неоднозначность, связанная с циклической природой фазы. Проблеме разрешения фазовой неоднозначности в задачах позиционирования объектов с помощью ГНСС посвящено большое количество литературы. В монографии [2] содержится выполненная на основе [3] и [4] классификация методов (способов) разрешения неоднозначности фазовых измерений. Эта классификация приведена на рис. 1, где также даны ссылки на литературу, в которой описаны методы.

Рассматриваемый в настоящей статье метод назовем для краткости методом РКС по названию

организации (АО «Российские космические системы»), получившей на него патент [12]. Он относится к геометрическим, поиск пространственных координат конца вектора базисной линии в котором производится в геоцентрической системе координат. Отличительной чертой метода РКС является исключение неизвестных целых циклов в фазовых измерениях и определение координат конца вектора базисной линии по дробным частям этих измерений на каждой эпохе в темпе проведения измерений. Это обеспечивает ему ряд существенных преимуществ. В частности, он оказывается нечувствительным к потере счета целых циклов фазы. Использование метода РКС позволяет вместо фильтрации фазовых измерений (неоднозначных по своей природе) проводить фильтрацию (сглаживание) вычисленных координат. Это может оказаться очень эффективным для динамических объектов при относительно слабом энергетическом потенциале радиолинии или в условиях плохой электромагнитной обстановки.

## Постановка задачи

Будем считать, что в точках 1 и 2 в моменты  $t_{\text{пр1}}$  и  $t_{\text{пр2}}$  осуществляется прием навигационных сигналов двух спутниковых группировок, например GPS и ГЛОНАСС в  $L_1$ -диапазоне частот. В результате на выходе приемников для одной эпохи будем иметь по  $n$  измерений псевдодальности по коду псевдослучайной последовательности и полной псевдофазе несущей частоты навигационного сигнала:  $\rho_1^j$  и  $\Phi_1^j$  для первого приемника и  $\rho_2^j$  и  $\Phi_2^j$  для второго приемника. Здесь и далее индексы  $j = 1, \dots, n_{\text{GPS}}$  будут относиться к спутникам GPS, а индексы  $j = n_{\text{GPS}} + 1, \dots, n$  — к спутникам ГЛОНАСС.

Измеренные значения псевдодальности связаны с истинными дальностями  $R_1^j$  и  $R_2^j$  соотношениями

$$\rho_1^j = R_1^j + cT_1^j + \xi_1^j; \quad \rho_2^j = R_2^j + cT_2^j + \xi_2^j, \quad j = 1, \dots, n,$$

где

$$R_1^j = \sqrt{(x^j - x_1)^2 + (y^j - y_1)^2 + (z^j - z_1)^2}, \quad (1)$$

$$R_2^j = \sqrt{(x^j - x_2)^2 + (y^j - y_2)^2 + (z^j - z_2)^2}; \quad (2)$$

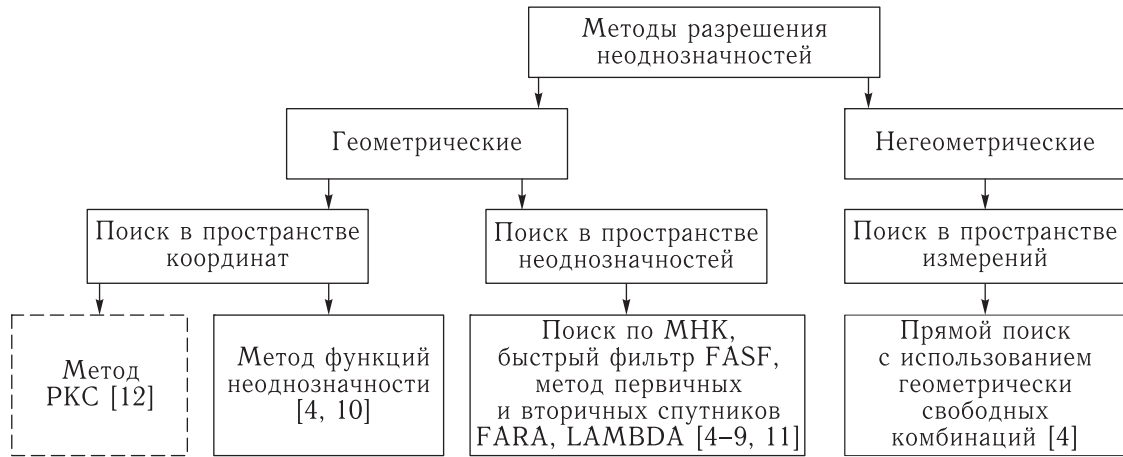


Рис. 1. Классификация методов разрешения неоднозначности фазовых измерений

$\{x^j, y^j, z^j\}$  — координаты  $j$ -го спутника;

$c$  — скорость света;

$T_1^j$  и  $T_2^j$  — смещения шкал времени первого и второго приемников от шкалы времени системы (ШВС) спутниковой группировки: для GPS  $T_1^j = T_{GPS1}$  и  $T_2^j = T_{GPS2}$ , для ГЛОНАСС  $T_1^j = T_{ГЛ1}$  и  $T_2^j = T_{ГЛ2}$ ;

$\xi_1^j, \xi_2^j$  — суммарные погрешности измерения псевдодальностей.

В геоцентрической системе координат по кодовым измерениям методом наименьших квадратов вычисляются приближенные значения абсолютных координат приемных антенн  $\{x_1^0, y_1^0, z_1^0\}$  и  $\{x_2^0, y_2^0, z_2^0\}$ , а также расхождения временных шкал приемников: для GPS —  $T_{GPS1}^0$  и  $T_{GPS2}^0$ , а для ГЛОНАСС —  $T_{ГЛ1}^0$  и  $T_{ГЛ2}^0$ . Найденные абсолютные координаты используются для уточнения поправок на запаздывание сигнала в атмосфере.

При решении навигационной задачи относительного позиционирования результаты измерений в приемниках должны относиться к одному и тому же моменту времени, т.е.  $t_{пр1} = t_{пр2} = t_{пр}$ . Тогда разность предшествующих этому моменту времени излучений соответствующих сигналов на  $j$ -м спутнике будет равна  $\Delta t_{изл.}^j = \frac{1}{c}(R_2^j - R_1^j) + \Delta t_{1,2}$ , где  $\Delta t_{1,2} = T_2 - T_1$  — расхождение шкал времени приемников. В этом случае при вычислении  $(R_2^j - R_1^j)$  следует учитывать как перемещение спутников по орбите за время  $\Delta t_{изл.}^j$ , так и разность движения приемников за счет вращения Земли [13].

Выражения для первых разностей псевдофазовых измерений (в циклах фазы) с учетом внесения поправок на запаздывание сигналов в тропосфере, ионосфере, известных аппаратурных задержек, включая калибровочные поправки межлитерных задержек ГЛОНАСС, и т.п. имеют вид

$$\Phi_{1,2}^j = \frac{R_2^j}{c} f_2^j - \frac{R_1^j}{c} f_1^j + f_0^j \Delta t_{1,2}^j - \psi_{1,2}^j + N_{1,2}^j + \xi_{1,2}^j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где  $R_1^j, R_2^j$  — истинные дальности между фазовым центром передающей антенны  $j$ -го спутника в момент излучения им навигационного сигнала и фазовыми центрами соответственно первой и второй приемных антенн в моменты (по ШВС спутниковой группировки) приема этого сигнала;

$f_1^j$  и  $f_2^j$  — частоты принимаемых приемниками 1 и 2 сигналов  $j$ -го спутника (с учетом доплеровского смещения частоты);

$f_0^j$  — номинальная частота сигнала, излучаемого спутниками GPS, или частота сигнала нулевого литер спутников ГЛОНАСС;

$\psi_{1,2}^j$  — разность начальных фаз в синтезаторах опорных сигналов приемников в пересчете на несущую частоту GPS и нулевой литер частоты ГЛОНАСС (для GPS —  $\psi_{1,2}^j = (\psi_{1,2})_{GPS}$ , для ГЛОНАСС —  $\psi_{1,2}^j = (\psi_{1,2})_{ГЛ}$ );

$N_{1,2}^j$  — неизвестные целые числа, равные разности целых чисел циклов фаз сигналов опорных генераторов в счетчиках измерения полной фазы



Земли учитывается при вычислении координат спутника по его эфемеридам путем перехода от инерциальной в геодезическую систему координат [13].

Выражая фазы в метрах (в длинах волн), систему (3) можно представить в виде:

$$\tilde{\Phi}_{1,2}^j = (\hat{R}_2^j - R_1^{j,0}) - g_{\text{GPS}}^j \lambda_{\text{GPS}} (M_{\text{GPS}}^j + \eta_{\text{GPS}}) - g_{\text{ГЛ}}^j \lambda_{\text{ГЛ}} (M_{\text{ГЛ}}^j + \eta_{\text{ГЛ}}) + \xi_{1,2}^j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

где  $\tilde{\Phi}_{1,2}^j = \frac{c}{f_2^j} \Phi_2^j - \frac{c}{f_1^j} \Phi_1^j$  — разность псевдофаз;

$g_{\text{GPS}}^j$ ,  $g_{\text{ГЛ}}^j$  — коэффициенты, определяющие принадлежность  $j$ -го уравнения к спутниковой группировки GPS или ГЛОНАСС, а именно

$$g_{\text{GPS}}^j = \begin{cases} 1 & \text{для } j = 1, \dots, n_{\text{GPS}}, \\ 0 & \text{для } j = n_{\text{GPS}} + 1, \dots, n, \end{cases}$$

$$g_{\text{ГЛ}}^j = \begin{cases} 0 & \text{для } j = 1, \dots, n_{\text{GPS}}, \\ 1 & \text{для } j = n_{\text{GPS}} + 1, \dots, n; \end{cases}$$

$M_{\text{GPS}}^j$ ,  $M_{\text{ГЛ}}^j$  — неизвестные целые числа;

$\eta_{\text{GPS}}$  и  $\eta_{\text{ГЛ}}$  — неизвестные дробные части разности начальных фаз на несущей частоте GPS и нулевом литере частоты ГЛОНАСС;

$\lambda_{\text{GPS}}$  — длина волны несущего сигнала GPS;

$\lambda_{\text{ГЛ}}$  — длина волны нулевого литера несущего сигнала ГЛОНАСС.

Отметим, что нелинейность уравнения (6) относительно искомым смещений  $\{D_x, D_y, D_z\}$ , входящих в  $R_2^j$  (5), определяется только первым слагаемым, равным разности дальностей из-за пространственного разнесения антенн приемников. Второе (для GPS) и третье (для ГЛОНАСС) слагаемые являются линейными относительно неизвестных  $\{M^j \text{ и } \eta\}$ .

В окрестности точки  $\{x_2^0, y_2^0, z_2^0\}$  выражения для оценки дальности (5) можно линеаризовать, представив в виде

$$\hat{R}_2^j = R_2^{j,0} + A_x^j D_x + A_y^j D_y + A_z^j D_z, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7)$$

где  $R_2^{j,0}$  вычисляется по формуле (2) при  $x_2 = x_2^0$ ,  $y_2 = y_2^0$ ,  $z_2 = z_2^0$ , а

$$A_x^j = \frac{\partial R_2^j}{\partial x_2}, \quad A_y^j = \frac{\partial R_2^j}{\partial y_2}, \quad A_z^j = \frac{\partial R_2^j}{\partial z_2}$$

— величины, обратные направляющим косинусам из точки  $\{x_2^0, y_2^0, z_2^0\}$  на  $j$ -й спутник.

Для фиксированных значений смещений  $\{D_x, D_y, D_z\}$  выражение (7) позволяет найти оценки дальностей  $\hat{R}_2^j$ . Подставив  $\hat{R}_2^j$  в (6), получим соответствующие оценки разности псевдофаз  $\hat{\Phi}_{1,2}^j$ , которые позволяют образовать невязки  $(\tilde{\Phi}_{1,2}^j - \hat{\Phi}_{1,2}^j)$  и записать квадратичную функцию

$$A(D_x, D_y, D_z) = \sum_{j=1}^n [\tilde{\Phi}_{1,2}^j - \hat{\Phi}_{1,2}^j]^2. \quad (8)$$

Здесь  $[x]$  означает операцию оставления дробной части  $x$  (выраженной в длинах волн), меньшей половины длины волны.

Для пояснения возможности нахождения смещений  $\{D_x, D_y, D_z\}$  при использовании только дробных частей разности псевдофаз  $\tilde{\Phi}_{1,2}^j$  допустим, что их значения и параметры  $\eta_{\text{GPS}}$ ,  $\eta_{\text{ГЛ}}$  известны и равны  $\{D_x^*, D_y^*, D_z^*\}$  и  $\eta_{\text{GPS}}^*$ ,  $\eta_{\text{ГЛ}}^*$  (искомая точка имеет координаты  $\{x_2^*, y_2^*, z_2^*\}$ ). При  $M_1^j = M_2^j = 0$ , подставив  $\eta_{\text{GPS}}^*$  и  $\eta_{\text{ГЛ}}^*$  в (6) и перебирая с малым шагом (например,  $0,01\lambda$ ) все значения  $\{D_x, D_y, D_z\}$  в области  $Q$ , включающей  $\{D_x^*, D_y^*, D_z^*\}$  (см. рис. 2), можно построить функцию (8). Функция (8) оказывается многомодальной, а координаты основного ее минимума будут соответствовать искомым смещениям  $\{D_x, D_y, D_z\}$ . Таким образом, задача определения вектора базисной линии по дробным значениям первых разностей псевдофазовых измерений сводится к задаче нахождения координат смещения  $\{D_x, D_y, D_z\}$ , минимизирующих квадратичную функцию (8).

На рис. 3 для двумерного случая  $\{x, y\}$  для наглядности изображена функция  $\frac{1}{A(D_x, D_y)}$ , координаты максимумов которой совпадают с координатами минимумов  $A(D_x, D_y)$ . Функция построена при числе одновременно видимых спутников  $n = 14$  и умеренных значениях  $\xi_{1,2}^j$  (не превышающих  $0,1\lambda$ , то есть 2 см).

## Алгоритм вычисления базисной линии

В патенте [12] предложен способ и устройство, позволяющие определить искомые смещения  $\{D_x, D_y, D_z\}$  по первым разностям псевдофазовых измерений одной эпохи. Для этого в области  $Q$

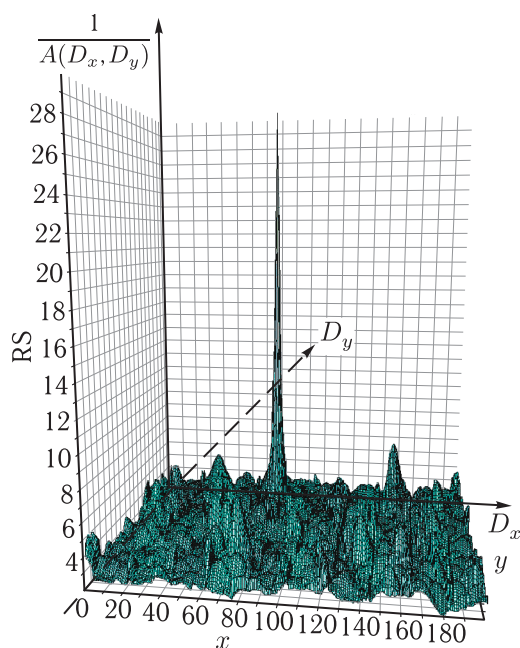


Рис. 3. Фрагмент многомодальной функции  $\frac{1}{A(D_x, D_y)}$

параллельно координатным осям проведем плоскости с шагом  $S$ , начиная от  $\{x_2^0, y_2^0, z_2^0\}$ , точки пересечения которых образуют узлы с координатами  $\{m_x S, m_y S, m_z S\}$ , где  $m_x, m_y, m_z$  — номера узлов по осям  $x, y, z$  (см. рис. 2 для двумерного случая).

Ниже будет показано, как, анализируя значения функции (8) в окрестности этих узлов, можно найти координаты ее локальных минимумов и определить основной из них. В простейшем случае при использовании сигналов с длиной волны  $\lambda$  и отсутствии погрешностей измерений шаг поиска, совпадающий с шагом сетки  $S$ , может выбираться из условия, чтобы сферы с радиусом  $\lambda$  и центрами в узлах заполнили область  $Q$  без пустот. Можно показать, что в этом случае

$$S = \frac{\lambda}{\sqrt{3}}.$$

Ниже приводятся расчеты вероятности правильного разрешения неоднозначности в зависимости от шага  $S$  для различных значений погрешности измерений.

Основной минимум функции (8) лежит в окрестности одного (или сразу нескольких) из узлов, оказываясь, как правило, смещенным от него на некоторую величину  $\{D_x, D_y, D_z\}$ .

Для пояснения обратимся к рис. 4, который иллюстрирует зависимость невязок  $\tilde{\Phi}_{1,2}^j - \hat{\Phi}_{1,2}^j(D_x)$  для нескольких спутников от смещения  $D_x$  при условии, что по другим осям искомые смещения найдены и равны  $D_y^*, D_z^*$ . Начало координат ( $D_x = 0$ ) на рисунке соответствует точке  $\{x_2^0, y_2^0, z_2^0\}$ , в окрестности которой справедлива линейаризация оценки дальности  $\hat{R}_2^j$  (7), а масштаб по обоим осям выбран одинаковым.

Невязки для всех спутников представляют собой прямые линии, наклон которых определяется геометрическим фактором и не может превышать  $45^\circ$ . При отсутствии погрешности в измерениях все прямые будут пересекаться в точке  $D_x = D_x^*$ . Наличие погрешностей измерений превращает место пересечения невязок в некоторую область, размеры которой зависят от погрешностей измерения первых разностей псевдофазовых измерений.

При корректном учете дестабилизирующих факторов (атмосферы, калибровки, приемных трактов и т.п.) указанные погрешности в основном определяются фазовой многолучевостью. На практике координаты опорной точки  $\{x_1, y_1, z_1\}$  выбирают с учетом максимально «чистого неба» и малой величины многолучевости. Поэтому многолучевость в первых разностях в большей степени зависит от приема сигнала в точке 2. Отметим, что в случае равенства отраженного сигнала прямому (100% многолучевость) погрешность определения фазы сигнала соответствует  $\pm 45^\circ$ , то есть  $\pm \frac{\pi}{4}$ .

Для координат  $l$ -го узла, равных

$$D_x^l = m_x^l S, \quad D_y^l = m_y^l S, \quad D_z^l = m_z^l S, \quad (9)$$

оценки фазы (6) с учетом (7) при  $M_{\text{GPS}}^j = M_{\text{ГЛ}}^j = 0$  и  $\eta_{\text{GPS}} = \eta_{\text{ГЛ}} = 0$  будут

$$(\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=0} = \hat{R}_2^{j,0} + A_x^j m_x^l S + A_y^j m_y^l S + A_z^j m_z^l S - R_1^{j,0}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (10)$$

Величины отклонений  $\{d_x^{l,r=1}, d_y^{l,r=1}, d_z^{l,r=1}\}$  локального минимума от координат узла (9), а также значения  $\eta_{\text{GPS}}^{l,r=1}$  и  $\eta_{\text{ГЛ}}^{l,r=1}$  можно найти, решая методом наименьших квадратов систему уравнений

$$[(\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=1}] = [(\tilde{\Phi}_{1,2}^j) - (\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=0}], \quad j = 1, \dots, n. \quad (11)$$

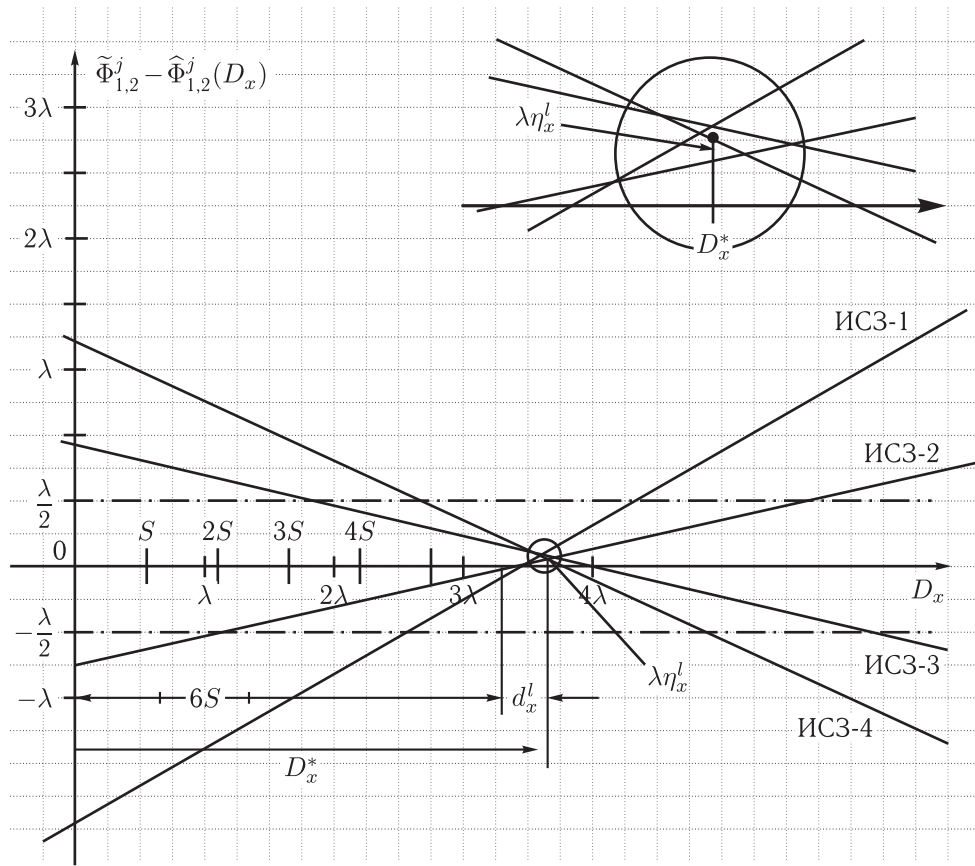


Рис. 4. Пример зависимости невязок от смещения (для  $D_x^* = 6S + d_x^l$ ,  $D_y = D_y^*$ ,  $D_z = D_z^*$ )

Здесь

$$\begin{aligned} (\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=1} = & \hat{R}_2^{j,0} + A_x^j(m_x^l S + d_x^{l,r=1}) + \\ & + A_y^j(m_y^l S + d_y^{l,r=1}) + A_z^j(m_z^l S + d_z^{l,r=1}) - \\ & - R_1^{j,0} - g_{\text{GPS}}^j \lambda_{\text{GPS}} \eta_{\text{GPS}}^{l,r=1} - g_{\text{ГЛ}}^j \lambda_{\text{ГЛ}} \eta_{\text{ГЛ}}^{l,r=1}, \\ & j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

оценка фазы (6) для координат точки

$$\begin{aligned} D_x^{l,r=1} &= m_x^l S + d_x^{l,r=1}, \\ D_y^{l,r=1} &= m_y^l S + d_y^{l,r=1}, \\ D_z^{l,r=1} &= m_z^l S + d_z^{l,r=1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив найденные величины  $d_x^{l,r=1}$ ,  $d_y^{l,r=1}$ ,  $d_z^{l,r=1}$ ,  $\eta_{\text{GPS}}^{l,r=1}$ ,  $\eta_{\text{ГЛ}}^{l,r=1}$  в (12), получим оценку фазы  $(\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=1}$  на первом проходе ( $r = 1$ ) поиска локального минимума в окрестностях  $l$ -го узла.

Для уточнения положения этого минимума выполним второй проход ( $r = 2$ ) для координат

$$\begin{aligned} D_x^{l,r=2} &= m_x^l S + d_x^{l,r=1} + d_x^{l,r=2}, \\ D_y^{l,r=2} &= m_y^l S + d_y^{l,r=1} + d_y^{l,r=2}, \\ D_z^{l,r=2} &= m_z^l S + d_z^{l,r=1} + d_z^{l,r=2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $d_x^{l,r=2}$ ,  $d_y^{l,r=2}$ ,  $d_z^{l,r=2}$  — искомые поправки.

Указанные поправки, а также параметры  $\eta_{\text{GPS}}^{l,r=2}$ ,  $\eta_{\text{ГЛ}}^{l,r=2}$  находятся аналогично тому, как это было сделано на первом проходе ( $r = 1$ ), но из решения системы линейных уравнений

$$[(\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=2}] = [(\tilde{\Phi}_{1,2}^j - (\hat{\Phi}_{1,2}^j)^{l,r=1})], \quad j = 1, \dots, n. \quad (15)$$

Проверим, что значения найденных поправок достаточно малы, например

$$\begin{aligned} d_x^{l,r=2} &< 10^{-4} \text{ м}, \quad d_y^{l,r=2} < 10^{-4} \text{ м}, \\ d_z^{l,r=2} &< 10^{-4} \text{ м}. \end{aligned}$$

Если все условия выполняются, то будем считать поиск смещений координат второй приемной антенны на  $l$ -м шаге завершенным, если нет, то перейдем к вычислению следующей ( $r = 3$ ) поправки.

(Примечание. Как показывает практика, если число проходов при вычислении поправок превышает 3, то продолжение вычислений оказывается нецелесообразным из-за наличия одного или более аномальных фазовых измерений — требуется отбраковка проведенных измерений.)

Обозначим соответствующие найденным на  $l$ -м шаге поправкам смещения координат  $D_x^l$ ,  $D_y^l$ ,  $D_z^l$  и параметры  $\eta_{\text{GPS}}^l$ ,  $\eta_{\text{ГЛ}}^l$  и введем вектор невязок следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla^{j,l} &= [\tilde{\Phi}_{1,2}^j - (\hat{\Phi}_{1,2}^j)^l] - \lambda_{\text{GPS}} \eta_{\text{GPS}}^l, \\ j &= 1, \dots, n_{\text{GPS}} \text{ — для измерений GPS;} \\ \nabla^{j,l} &= [\tilde{\Phi}_{1,2}^j - (\hat{\Phi}_{1,2}^j)^l] - \lambda_{\text{ГЛ}} \eta_{\text{ГЛ}}^l, \\ j &= n_{\text{GPS}} + 1, \dots, n \text{ — для измерений ГЛОНАСС.} \end{aligned}$$

Величины невязок  $\nabla^{j,l}$  зависят только от пространственного разнеса приемных антенн и не зависят от расхождения шкал времени приемников, в том числе дробных значений разности начальных фаз  $\lambda_{\text{GPS}} \eta_{\text{GPS}}^l$  и  $\lambda_{\text{ГЛ}} \eta_{\text{ГЛ}}^l$  (см. рис. 4).

Вычислим значение квадратичной функции (8) на  $l$ -м шаге

$$A^l(D_x^l, D_y^l, D_z^l) = \sum_{j=1}^n (\nabla^{j,l})^2$$

и сравним его с априорно заданным порогом  $a$ . Если  $\sqrt{A^l} \leq a$ , то будем считать, что основной минимум функции (8) совпадает с найденным на  $l$ -м шаге локальным минимумом, и примем найденные на этом шаге поиска координаты второй приемной антенны за искомые, в противном случае перейдем к  $(l + 1)$ -му шагу. Если для всех шагов поиска  $\sqrt{A^l} > a$ , то за основной минимум функции (8) примем координаты, определенные на том шаге поиска  $l = l^*$ , для которого  $\sqrt{A^l}$  будет минимальным.

Первый случай соответствует принятию решения по порогу, второй — по абсолютному минимуму.

Вычислим для найденных на  $l^*$ -м шаге поиска координат второй приемной антенны координаты вектора базисной линии:  $L_x = x_2^0 + D_x^l - x_1^0$ ,

$L_y = y_2^0 + D_y^l - y_1^0$ ,  $L_z = z_2^0 + D_z^l - z_1^0$ , определяющие взаимное положение объектов.

При необходимости значение  $M^j$ , соответствующее целому числу циклов (длин волн) в разности псевдофаз для  $j$ -го спутника, можно определить из выражения (6), подставив в него найденные значения  $R_2^j - R_1^{j,0}$ , а также  $\eta_{\text{GPS}}$  либо  $\eta_{\text{ГЛ}}$ .

## Вероятностные характеристики метода РКС

На рис. 5 для общего числа спутников GPS и ГЛОНАСС, равного 17, приведены зависимости вероятности  $P_{\text{пр}}$  правильного разрешения неоднозначности (нахождения основного минимума функции (8)) в зависимости от шага поиска  $S$  для различных значений нормированной среднеквадратической погрешности  $\frac{\sigma_\xi}{\lambda}$  при области поиска  $Q$  в виде сферы с радиусом 2 м и принятии решения по абсолютному минимуму.

В таблице для тех же условий указаны максимальное число шагов поиска, число операций (сложения, умножения) при прямом и оптимизированном переборах и время расчета на процессоре с тактовой частотой 1 ГГц для оптимизированного перебора (без использования и с использованием технологии SSE).

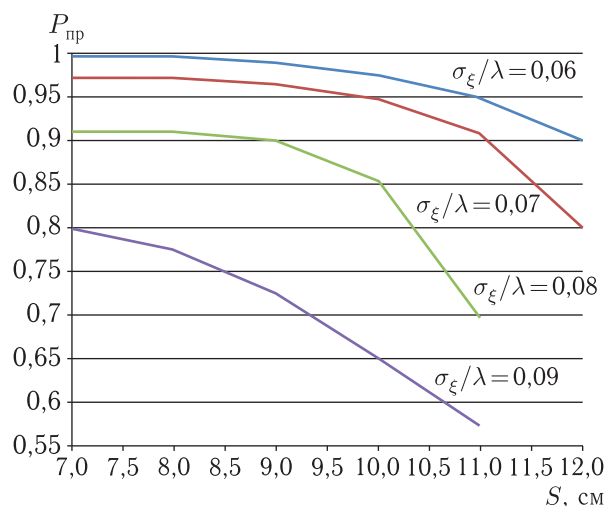


Рис. 5. Вероятность правильного разрешения неоднозначности в зависимости от шага поиска  $S$  для различных значений  $\frac{\sigma_\xi}{\lambda}$ . Область поиска — сфера с радиусом 2 м

Таблица. Вычислительные затраты при реализации алгоритма поиска

1	2	3	4	5	6
$S$ , см	Максимальное число шагов	Число операций		Время расчета, мс процессор 1 ГГц	
		прямой перебор	оптимизированный перебор	без использования SSE	с использованием SSE2
7	185 192	123 523 064	55 554 600	111	28
8	132 650	88 477 550	39 795 000	80	20
9	91 124	60 779 708	27 337 200	54	14
10	68 920	45 969 640	20 676 000	40	10
11	50 652	33 784 884	15 195 600	32	8
12	35 936	23 969 312	10 780 800	21	5,5

В данном случае оптимизация заключалась в применении процедуры полного перебора на двух этапах: сначала для измерений по спутникам GPS, а затем (в уменьшенной области) по всем измерениям, включая ГЛОНАСС.

слежения, когда возможен прогноз изменения взаимного положения объектов по результатам предыдущих измерений.

Область и стратегия поиска зависят от качества исходных измерений, динамики объектов и требований к результатам. Выбор и оптимизация их выходят за рамки настоящей статьи.

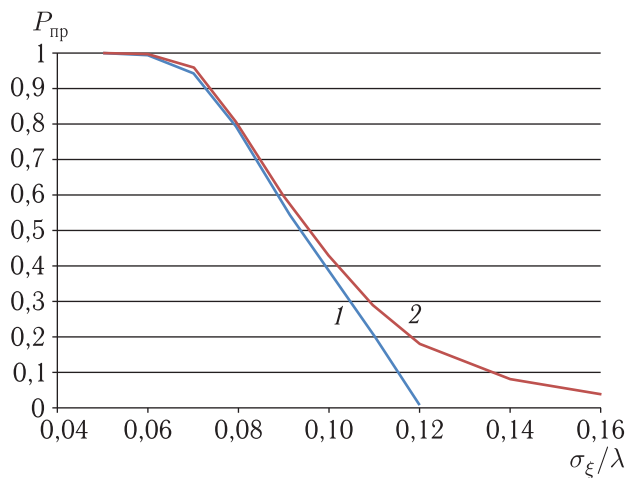


Рис. 6. Сравнение вероятности правильного разрешения неоднозначности при принятии решения по порогу  $a = 1,5$  см (кривая 1) и абсолютному минимуму (кривая 2)

Графики на рис. 6 иллюстрируют отличия в значениях  $P_{пр}$  при принятии решения по порогу и по абсолютному минимуму в зависимости от  $\frac{\sigma_{\epsilon}}{\lambda}$ . Графики построены для области поиска  $Q$  в виде сферы с радиусом 20 см и  $S = 7$  см. Относительная малая область поиска характерна для режима

## Список литературы

1. Жодзишский А.И., Березенцев М.М., Нестеров О.В. Перспективы использования в России глобальных навигационных спутниковых систем гражданскими потребителями // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2016, т. 3, вып. 4. С. 5–15.
2. Антонович К.М. Использование спутниковых навигационных систем в геодезии. Т. 2. ГОУ ВПО «Сибирская государственная геодезическая академия. М: ФГУП «Карт-геоцентр», 2006. 360 с.
3. Hatch R., Euler H.-J. Comparison of several AROF kinematic techniques. In: Proceedings of ION GPS-94, 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah, 1994, September 20–23, part 1. P. 363–370.
4. Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, Wasle (2008): GPS, Galileo, Glonass.
5. Chen D. Development of a fast ambiguity search filtering (FASF) method for GPS carrier phase ambiguity

- resolution. Reports of the Department of Geomatics Engineering of the University of Calgary, 1994, vol. 2007 (94.20071.dschen.pdf).
6. *Frei E.* GPS — fast ambiguity resolution approach “FARA”: theory and application. Paper presented at XX General Assembly of the IUGG, IAG-Symposium GM 1/4, Vienna, 1991, August 11–24.
7. *Frei E., Schubernigg M.* GPS surveying techniques using the “fast ambiguity resolution approach (FARA)”. Paper presented at the 34th Australian Surveyors Congress and the 18th National Surveying Conference at Cairns, Australia, 1992, May 23–29.
8. *Teunissen P.J.G, Jonkman N.F., Tiberius C.* Weighting GPS dual frequency observations: bearing the cross of cross-correlation // *GPS Solutions*, 1998, 2(2). P. 28–37.
9. *Hatch R.* Instantaneous ambiguity resolution. In: Schwarz K. P, Lachapelle G (eds): *Kinematic systems in geodesy, surveying, and remote sensing*. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1990, 299–308 [Mueller II (ed.): *IAG Symposia Proceedings*, vol. 107].
10. *Leick A.* (2004): *GPS Satellite Surveying*, 3rd edition.
11. *Поваляев А.А.* Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение координат. М.: Радиотехника, 2008. 324 с.
12. *Жодзишский А.И., Нестеров О.В.* Способ определения взаимного положения объектов по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем. Патент на изобретение № 2624268. АО «Российские космические системы» (Заявка № 2016135147 от 30.08.16).
13. ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1 и L2. Ред. 5.1. М.: ФГУП «РНИИ КП», 2008.