

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 8, Выпуск 3

июль–сентябрь, 2006

СОДЕРЖАНИЕ

Арзикулов Ф. Н. Об обертывающих C^* -алгебрах JB -алгебр	3
Казбеков К. К. Операторное решение для одного класса дифференциальных уравнений дробного порядка	16
Кондаков В. П., Рунов Л. В., Ковальчук В. Е. Борнологии и естественное расширение классов регулярных элементов в алгебрах операторов	29
Фетисов В. Г. Двумерная шкала модулярных пространств Орлича и полилинейный оператор в ней	40
Эшкабилов Ю. Х. О спектральных свойствах операторов в модели Фридрихса с некомпактным ядром в пространстве двух переменных функций	52

Владикавказ
2006

УДК 517.98

ОБ ОБЕРТЫВАЮЩИХ C^* -АЛГЕБРАХ JB -АЛГЕБР

Ф. Н. Арзикулов

В данной статье исследуются обертывающие C^* -алгебры JB -алгебр. Доказано, что обратимая JB -алгебра является AJW -алгеброй (JW -алгеброй) тогда и только тогда когда ее обертывающая C^* -алгебра является AW^* -алгеброй (соответственно, алгеброй фон Неймана).

Введение

В статье обсуждаются вопросы, касающиеся обертывающих C^* -алгебр JB -алгебр. Для этого мы используем понятие AJW -алгебры, введенное и исследованное в работах [1–3]. Йордановы операторные алгебры впервые были введены Топпингом в 1965 г. (см. [3]). Топпинг изучил класс AJW -алгебр в рамках класса йордановых алгебр самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Далее, в работе [1] было введено и изучено понятие AJW -алгебры в рамках класса JB -алгебр, также введено и исследовано понятие обертывающей AW^* -алгебры AJW -алгебры. Основной результат данной работы: произвольная обратимая JB -алгебра является AJW -алгеброй (JW -алгеброй) тогда и только тогда когда ее обертывающая C^* -алгебра является AW^* -алгеброй (соответственно алгеброй фон Неймана).

0. Терминология и обозначения

Говорят, что специальная JS -алгебра A является *обратимой*, если $a_1 a_2 \dots a_n + a_n a_{n-1} \dots a_1$ принадлежит алгебре A всякий раз, когда $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$.

Введем обозначения:

$$S^\perp := \{a \in A : U_a x = 0, x \in S\}, \quad {}^\perp S := \{x \in A : U_a x = 0, a \in S\}, \\ {}^\perp S_+ = {}^\perp S \cap A_+, \quad \text{Ann}_J(P) = \{x \in A : x \cdot y = 0, \forall y \in P\},$$

где \cdot — йорданово умножение, $U_a b = 2a \cdot (a \cdot b) - a^2 \cdot b$ и $U_e(A) := \{U_e a : a \in A\}$.

JB -алгебра A называется *AJW -алгеброй*, если она удовлетворяет условию: для всякого подмножества $S \subseteq A_+$ существует проектор $e \in A$ такой, что $S^\perp = U_e(A)$. Относительно AJW -алгебры в [1] доказана следующая теорема.

Теорема. Для JB -алгебры A равносильны следующие условия:

(а) алгебра A обладает следующими свойствами:

(1) в частично упорядоченном множестве проекторов любое подмножество попарно ортогональных проекторов имеет точную верхнюю границу в этом множестве,

(2) любая максимальная сильно ассоциативная подалгебра порождается своими проекторами (т. е. совпадает с наименьшей замкнутой подалгеброй, содержащей ее проекторы);