

УДК 517.0
ББК 22.161
П 26

Рецензенты:

В. С. Монахов, доктор физико-математических наук, профессор Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины, Беларусь

О. В. Шаилов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры, геометрии, теории и методики обучения математике ОГТИ

П26 Пергунов В. В.

Математический анализ: экспресс-курс для подготовки к государственным экзаменам: учебное пособие / В. В. Пергунов. – Орск : Издательство ОГТИ, 2008. – 175 с.

Учебное пособие представляет собой сжатое изложение курса математического анализа по специальности «Математика», содержит основные разделы Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Данное учебное пособие может быть использовано как для ускоренной подготовки к государственному экзамену, так и для построения лекционного курса при изучении математического анализа.

Учебное пособие адресовано студентам физико-математических факультетов, учителям математики, а также всем интересующимся математикой.

ISBN 5-8424-0248-3

© Пергунов В. В., 2008
© Издательство ОГТИ, 2008

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ	6
1.1. Множество действительных чисел и его свойства	6
1.2. Понятие функции. Основные классы числовых функций. Суперпозиция функций. Обратные функции	8
1.3. Определение и существование точных границ множества. Понятие предела числовой последовательности. Основные теоремы о пределах числовых последовательностей	13
1.4. Предел и непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке	22
Вопросы и задания для самоконтроля по разделу «Введение в анализ»	35
РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	38
2.1. Определение производной. Геометрический и механический смысл	38
2.2. Односторонние и бесконечные производные	41
2.3. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции	43
2.4. Дифференциал и дифференцируемость	46
2.5. Основные теоремы дифференциального исчисления	49
2.6. Применение производной к исследованию функций на экстремум, монотонность, выпуклость	53
Вопросы и задания для самоконтроля по разделу «Дифференциальное исчисление»	67
РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	71
3.1. Первообразная и неопределённый интеграл	71
3.2. Определённый интеграл	73
3.3. Свойства определённого интеграла.	78
Формула Ньютона – Лейбница	78
3.4. Геометрические приложения определённого интеграла	83
Вопросы и задания для самоконтроля по разделу «Интегральное исчисление функции одной переменной»	94
РАЗДЕЛ 4. РЯДЫ	98
4.1. Понятие числового ряда и его суммы	98
4.2. Основные признаки сходимости знакоположительных рядов	101
4.3. Абсолютно и условно сходящиеся ряды	107
4.4. Функциональные последовательности и ряды	113
4.5. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Критерий разложимости. Достаточное условие разложимости. Ряды Тейлора показательной и тригонометрических функций. Биномиальный ряд	124
4.6. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости	131
Вопросы и задания для самоконтроля по разделу «Ряды»	134
РАЗДЕЛ 5. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	140

5.1. Производная функции комплексного переменного. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Понятие аналитической функции.....	140
5.2. Геометрический смысл производной.....	146
РАЗДЕЛ 6. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ.....	149
РАЗДЕЛ 7. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	152
7.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	152
7.2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	162
РАЗДЕЛ 8. МЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА	167
8.1. Метрическое пространство. Определение. Примеры.....	167
8.2.Сходимость в метрических пространствах.	169
ВОПРОСЫ К ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ	172
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	174